

Quadratic integrate and fire モデルに基づくニューラルネットワークのダイナミクスを利用した学習手法

数理情報学専攻 48-206219 清水 元喜
指導教員 豊泉 太郎 教授

1 はじめに

脳内ではシーケンシャルな神経活動がしばしば観察され (例: 海馬の sharp-wave ripples (SWR) 中のリブレイ [1])、知覚・運動・認知課題など様々な情報の表現に関与している。

神経回路モデルにシーケンシャルな記憶を学習させる際、各記憶への収束と次の記憶への遷移の順序が乱れ、想起の減衰・発散が起きやすいのが課題であった。これを防ぐため、シナプス入力の変延 [2, 3] やニューロンの適応 [4] などを反映したモデルが提案されてきた。

本研究では、単純な学習則を用いて quadratic integrate-and-fire 型ニューロン (QIF ニューロン) [5, 6] のネットワークにシーケンシャルな活動を記憶させる手法を提案する。

2 モデル

2.1 QIF ニューロン

QIF モデルでは、ニューロンのダイナミクスは

$$\dot{V} = V^2 + \eta + I(t) \quad (1)$$

で表現される。 $I(t) = 0$ のとき、(1) の解 $V(t)$ は

$$V(t) = F(V(0), \eta, t) \quad (2)$$

$$F(V, \eta, t) := \begin{cases} \frac{\sqrt{\eta} \tan(\sqrt{\eta}t) + V}{1 - \tan(\sqrt{\eta}t)V/\sqrt{\eta}} & (\eta \geq 0) \\ \frac{-\sqrt{-\eta} \tanh(\sqrt{-\eta}t) + V}{1 - \tanh(\sqrt{-\eta}t)V/\sqrt{-\eta}} & (\eta < 0) \end{cases} \quad (3)$$

である。また次の発火時刻 t_f は次で表される。

$$t_f = \Phi(V(0), \eta) \quad (4)$$

$$\Phi(V, \eta) := \begin{cases} (\arctan(\sqrt{\eta}/V) \bmod \pi) / \sqrt{\eta} & (\eta \geq 0) \\ \infty & (\eta < 0 \text{ and } v \leq \sqrt{-\eta}) \\ \operatorname{arctanh}(\sqrt{-\eta}/v) / \sqrt{-\eta} & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (5)$$

2.2 QIF ネットワークの更新アルゴリズム

QIF ニューロンのネットワークでは発火したニューロンからのシナプス伝達の瞬間以外他のニューロンから影響を受けない。よって 2.1 節の解を用いて発火が起きたタイミングでのみ状態の更新を行うことができる (event-based update) [7]。

Algorithm 1 event-based update of QIF network.

```

1:  $t \leftarrow t_{\text{start}}$ , initialize  $V_i$ 
2: while  $t < t_{\text{end}}$  do
3:    $k \leftarrow \arg \min_i \Phi(V_i, \eta_i)$ 
4:    $\Delta t = \Phi(V_k, \eta_k) + \epsilon$ 
5:   if  $\Delta t < \infty$  then
6:      $V_i \leftarrow F((V_i, \eta_i, \Delta t)) + W_{i,k}$ 
7:   end if
8:    $t \leftarrow t + \Delta t$ 
9: end while

```

2.3 Firing-rate equations

次のような単純な状況を考える。

1. ネットワークは各 N ニューロンからなる P 個のグループから構成される。
2. k 番目の記憶はグループ k の活動が表現する。
3. シナプス結合はグループ k からグループ $k + 1$ に向けてのみ存在する。
4. 結合強度は均一である。

このとき、単一ニューロンのダイナミクスは

$$\dot{V}_{k,i} = V_{k,i} + \eta_{k,i} + J s_{k-1}(t) + I(t) \quad (6)$$

$$s_k(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_f \delta(t - t_{k,i}^f)$$

と書ける。本研究では先行研究 [8] を拡張し、適切な仮定の下で $N \rightarrow \infty$ でのネットワークの挙動が各グループの平均発火率 r_k , 平均膜電位 v_k を用いて

$$\dot{r}_k = \frac{\Delta}{\pi} + 2r_k v_k \quad (7)$$

$$\dot{v}_k = v_k^2 + \bar{\eta} + J r_{k-1} + I - (\pi r_k)^2 \quad (8)$$

と記述されることを示した (firing-rate equations; FREs)。

2.4 記憶シーケンスの想起

(6) も FREs (7), (8) もシーケンシャルな記憶を安定に想起できていた (図 1)。また、シミュレーション (6) と FREs は正確に一致していた (図 2)。結合強度を不均一にし様々な確率分布からサンプリングした場合でも同様の結果であった。

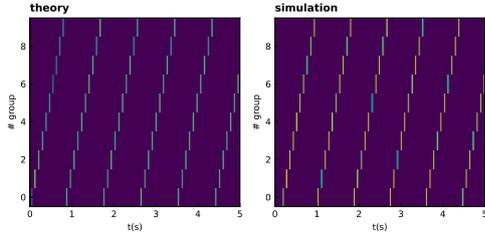


図 1. シーケンシャルな記憶の想起.

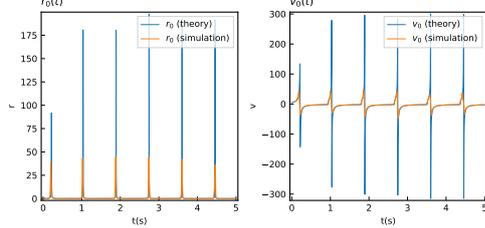


図 2. FREs vs シミュレーション.

3 想起メカニズムの理解

FREs (7), (8) で他のグループに由来する項は (8) の Jr_{k-1} のみである。 $r_k(t)$ は δ 関数で近似できる形状をしていたため、「切り離された」ダイナミクス

$$\dot{r} = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv \quad (9)$$

$$\dot{v} = v^2 + \bar{\eta} - (\pi r)^2 + JK\delta(t - t_0) \quad (10)$$

で想起の様子を理解できる。

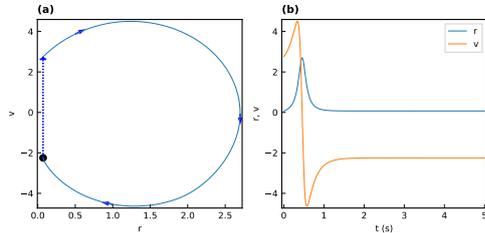


図 3. 切り離されたダイナミクスでの発火.

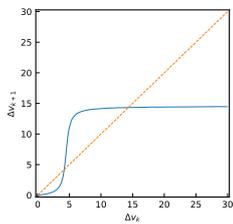


図 4. QIF ニューロン集団の入出力関係.

固定点 (r_0, v_0) から v_0 を Δv だけ増加させると、一過性に発火率の上昇が起こり元の固定点に戻る (図 3)。また入力 Δv_k と出力 Δv_{k+1} の関係は、 Δv_k がある程度大きい領域で Δv_{k+1} はほぼ一定であった (図 4)。

この結果から、QIF モデルは (1) 入力から発火に遅延を伴う (2) 非線形な入出力関係を持つという神経細胞の特性をよく表現しており、一定の強度・間隔での安定な想起につながっていると解釈できた。

4 non-sparse な記憶シーケンスの学習

次に、時間的に非対称的な Hebb 則 (11) を用いて記憶シーケンス $\{\xi_i^\mu\}$ を埋め込むことを考える。

$$w_{ij} = \frac{J}{Nf} \sum_{\mu} \xi_i^{\mu+1} \xi_j^{\mu} \quad (11)$$

2.3 のモデルは活性度 $f \rightarrow 0$ の極限と解釈できる。

先行研究では non-sparse な記憶の再生が困難であった [9, 10] が、QIF ネットワークはパターン μ から $\mu+1$ 以外の想起を抑制するような学習則

$$w_{ij} = \frac{J}{Nf} \sum_{\mu} (\xi_i^{\mu+1} - f)(\xi_j^{\mu} - f) \quad (12)$$

や、パターン μ 内の再帰的な結合をさらに追加した

$$w_{ij} = \frac{J}{Nf} \sum_{\mu} (\xi_i^{\mu} + \xi_i^{\mu+1} - f)(\xi_j^{\mu} - f) \quad (13)$$

により non-sparse な記憶シーケンスを想起できた。

5 まとめ

本研究では QIF ニューロンのネットワークにシーケンシャルな記憶を想起させることに成功した。先行研究と比較して単純な学習則・モデルで十分想起は安定し、これは QIF ニューロンが神経細胞の特性をよく表現しているためであると理解できた。また、モデルは記憶が不均一・non-sparse な場合にも拡張可能であった。

参考文献

- [1] H. F. Ólafsdóttir, D. Bush, C. Barry, *Current Biology*, 2018, **28**, R37–R50.
- [2] H. Sompolinsky, I. Kanter, *Physical Review Letters*, 1986, **57**, 2861–2864.
- [3] D. Kleinfeld, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1986, **83**, 9469–9473.
- [4] A. Ecker, B. Bagi, E. Vértes, O. Steinbach-Németh, M. R. Karlócai, O. I. Papp, I. Miklós, N. Hájos, T. F. Freund, A. I. Gulyás, S. Káli, *eLife*, 2022, **11**, e71850.
- [5] P. E. Latham, B. J. Richmond, P. G. Nelson, S. Nirenberg, *Journal of Neurophysiology*, 2000, **83**, 808–827.
- [6] D. Hansel, G. Mato, *Physical Review Letters*, 2001, **86**, 4175–4178.
- [7] A. Tonneller, H. Belmabrouk, D. Martinez, *Neural Computation*, 2007, **19**, 3226–3238.
- [8] E. Montbrió, D. Pazó, A. Roxin, *Physical Review X*, 2015, **5**, 021028.
- [9] R. E. Suri, T. J. Sejnowski, *Biological Cybernetics*, 2002, **87**, 440–445.
- [10] M. Gillett, U. Pereira, N. Brunel, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2020, **117**, 29948–29958.