

大学院入学試験問題

「知能機械情報学（科目）」

試験時間：14:00～16:00

注意事項：

- 1) 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
- 2) 日本語ないし英語で解答すること。
- 3) 問題は3題出題されている。問題1（必答問題）は必ず解答し、問題2A（選択問題）および問題2B（選択問題）から1題を選択して解答すること。
- 4) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は、適宜言葉の定義や条件などを付加して解答してよい。
- 5) 問題冊子に落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
- 6) 答案用紙は2枚配布される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。問題ごとに1枚の答案用紙を用いて解答すること。解答を表面で書ききれない場合は裏面を使用しても構わない。その際は裏面にも解答した旨を表面に記入すること。
- 7) 各答案用紙上部の指定された箇所に、科目名「知能機械情報学（科目）」、「修士」または「博士」、受験番号、その答案用紙で解答する問題番号「1」「2A」または「2B」を記入すること。これらが記入漏れの場合は採点されないことがある。
- 8) 解答に関係のない記号、符号、文言を記入した答案は無効とする。
- 9) 下書きは問題冊子の草稿用のページを用いること。草稿用紙は本冊子から切り離さないこと。
- 10) 答案用紙2枚および問題冊子はすべて提出すること。
- 11) 下欄に受験番号を記入すること。

受験番号	
------	--

草稿用紙
(切り取らないこと)

草稿用紙
(切り取らないこと)

問題1 (必答問題)

問1. 図1のように、質量 m 、長さ $2L$ の密度が一定な細い棒がある。棒の重心 G から l ($0 < l \leq L$)の位置に点 O がある。点 O を原点とし、鉛直下向きに x 軸、水平右向きに y 軸を取る xy 平面がある。棒は xy 平面内で点 O まわりに摩擦無しで回転できる。 x 軸と棒がなす角度を θ 、重力加速度を x 軸の正方向に g とする。以下の問に答えよ。

(1) 点 O まわりの棒の慣性モーメント I が下記になることを示せ。

$$I = \frac{1}{3}mL^2 + ml^2$$

(2) θ が $-\pi/3$ から $\pi/3$ の範囲で棒は振動している。この時、 $\theta = 0$ での棒の重心 G の速さを表せ。

(3) 棒が $\theta = 0$ 近傍にて微小振動している。この時、角加速度 $\ddot{\theta}$ が以下の式で近似できることを示せ。

$$\ddot{\theta} = -\frac{3gl}{L^2 + 3l^2}\theta$$

(4) (3)の条件にて、角振動数が最大となる時の l を L で表せ。

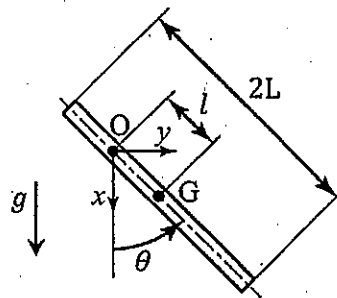


図1

問2. 3つの入力を x_1, x_2, x_3 、1つの出力を y と表し、 $x_1, x_2, x_3, y \in \{0,1\}$ とする論理回路を考える。この回路の論理では、2つ以上の入力が1のときは出力が1に、2つ以上の入力が0のときは出力が0になる。

(1) この論理の真理値表を書け。

(2) この論理の真理値表を論理式に変換し、この論理が $y = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$ で表せることを説明せよ。

(3) この論理を満たす論理回路図を4つのNANDゲートを用いて描け。ただし、NANDゲートは多入力可能であるとする。

問3. 以下の語句について簡潔に説明せよ。

(1) 制御工学における“PID control”。

(2) ソフトウェアにおける“Hash table”。

(3) メカトロニクスにおける“Piezoelectric element”。

草稿用紙
(切り取らないこと)

問題 2 A (選択問題)

図 1 に示すように、直線とみなせるリンク 4 本を回転関節で連結し、水平面 XY 内を動くマニピュレータ A を考える。原点 O では、モータ M_1 と M_2 が、それぞれ Link 1 と Link 2 を回転させる。Link 1 と Link 4 を連結する関節を J_1 とする。Link 1 と Link 3, Link 2 と Link 4 はそれぞれ平行とする。 M_1 と M_2 の回転角を $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$, 駆動トルクを $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T$ とする。マニピュレータ A では、 θ_1 は X 軸と Link 1 のなす角, θ_2 は X 軸と Link 2 のなす角とし、マニピュレータ先端を P_A とする。 $\overline{OJ_1} = l_1$, $\overline{J_1P_A} = l_2$ とする。 P_A の位置ベクトルを r_A とする。 P_A に外力 F^* が作用するとき、 F^* につりあうように、マニピュレータが P_A で発生する力を $F = -F^*$ とする。簡単のため、重力や摩擦の影響は無視してよい。また、リンク間の衝突も考えなくてよい。

問 1. r_A と θ を関連付けるヤコビ行列 $J(\theta)$ を求めよ。

問 2. τ と F には、 $\tau = J^T F$ という関係が成り立つ。仮想仕事の原理を利用して、この関係を導け。

問 3. M_1 と M_2 が駆動する関節にはサーボ系が生まれ、 τ_i ($i = 1, 2$) とモータの回転角の微小変位 $\Delta\theta_i$ には $\tau_i = -k_i \Delta\theta_i$ (k_i は定数) の関係があるものとする。 $K = \text{diag}(k_1, k_2)$ とすると、 $\tau = -K \Delta\theta$ と書ける。

(1) P_A の微小変位 Δr_A と F^* を関連付けるコンプライアンス行列は、 $C = J K^{-1} J^T$ となることを示せ。

(2) $l_1 = 1.0$ [m], $l_2 = 2.0$ [m], $k_1 = 1.0 \times 10^4$ [Nm/rad], $k_2 = 1.0 \times 10^4$ [Nm/rad] とする。 $\theta_1 = \pi/2$ [rad], $\theta_2 = \pi/4$ [rad] のとき、マニピュレータ A のコンプライアンス行列 C を求めよ。

(3) (2) において、コンプライアンスが最大および最小になる方向を求めよ。

次に、図 2 に示すように、マニピュレータ A から Link 2 と Link 3 を取り除き、関節 J_1 をモータ M_2 で駆動するマニピュレータ B を考える。マニピュレータ B では、 θ_1 は X 軸と Link 1 のなす角, θ_2 は Link 1 と Link 4 のなす角とする。マニピュレータ B の先端を P_B , P_B の位置ベクトルを r_B , 微小変位を Δr_B とする。

問 4. 両マニピュレータにおいて、 M_1 と M_2 が駆動する関節のサーボ系の K , l_1 と l_2 , Link 1 と Link 4 の位置姿勢が問 3 (2) と同じとき、次の問に答えよ。

(1) $\dot{\theta} = (\omega, \omega)^T$ (ω は定数) のとき、 $|\dot{r}_A|^2 / |\dot{r}_B|^2$ を求めよ。

(2) P_A, P_B とともに X 軸となす角 ϕ の方向から、 F^* を受け、静止している。 $|F^*| = \bar{F}$ (一定) として、 Δr_A と Δr_B を ϕ の関数で表せ。また、 $\phi = 0$ のとき、 $|\Delta r_A|^2 / |\Delta r_B|^2$ を求めよ。

問 5. 問 4 を踏まえ、マニピュレータ B に対するマニピュレータ A の長所と短所を定性的かつ簡潔に述べよ。

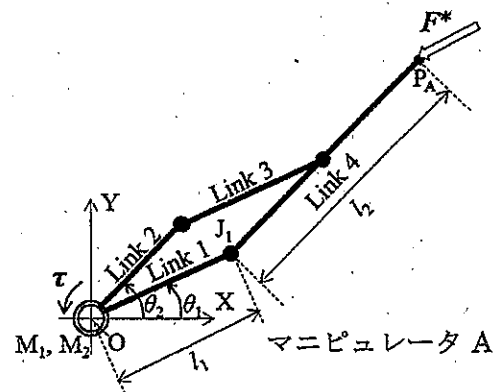


図 1

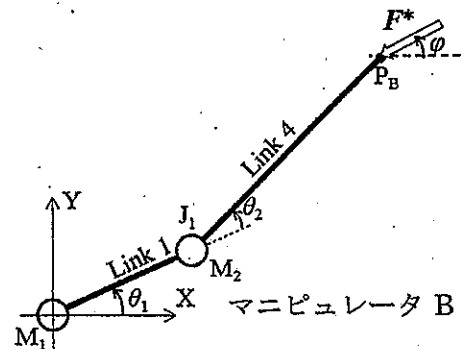


図 2

草稿用紙
(切り取らないこと)

問題 2 B (選択問題)

問 1. 2 の補数を使って符号付き整数を 2 進数で表現する.

- (1) 10 進数の -50 を表す 8bit の 2 進数を答えよ.
- (2) 8bit の符号付き整数で表現できる最小値と最大値を 10 進数で答えよ.
- (3) 10 進数の $32 - 50$ を 2 の補数を利用して計算し, 8bit の 2 進数で答えよ.

問 2. デジタル通信を行うために, 4bit の入力 \mathbf{u} に対して以下の行列 G を用いて符号語 $\mathbf{w} = \mathbf{u}G$ を生成する. ただし, I_m はサイズ m の単位行列を表す.

$$G = [P \quad I_4], \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ここで, 加算は排他的論理和によって行われることに留意せよ.

- (1) 入力 $[1011]$ に対応する符号語を求めよ.
- (2) 任意の \mathbf{w} について下記の条件を満たす行列 H はパリティ検査行列と呼ばれる. ただし, \mathbf{T} は転置を, $\mathbf{0}$ はゼロベクトルを表す. 行列 A を求めよ.

$$H = [I_3 \quad A], \quad H\mathbf{w}^T = \mathbf{0}$$

- (3) 1bit の通信エラーが生じた結果, ある符号語を $[0111011]$ として受信した. 誤りビットの位置を答えよ. また, 元の 4bit の入力を求めよ.

問 3. 次の条件を満たす確率分布 $\mathcal{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ および $\mathcal{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ を定義する.

$$\sum_{k=1}^n p_k = 1, \quad \sum_{k=1}^n q_k = 1$$

$$p_k > 0, q_k > 0 \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

ここで, n は正の整数である.

- (1) 10 進数 1 桁で記憶できる情報量は何 bit が答えよ. ただし, $\log_{10} 2 \approx 0.30$ と近似してもよい.
- (2) 以下のギブスの不等式を証明せよ. また, 等号が成立する条件を答えよ. ここで, 任意の正の実数 x に関する不等式 $\log x \leq x - 1$ を利用してもよい.

$$\sum_{k=1}^n p_k \log_2 \frac{p_k}{q_k} \geq 0$$

- (3) 確率分布 \mathcal{P} の情報エントロピー $\mathcal{H}(\mathcal{P})$ を次のように定義する.

$$\mathcal{H}(\mathcal{P}) = - \sum_{k=1}^n p_k \log_2 p_k$$

ギブスの不等式を利用して, 不等式 $0 < \mathcal{H}(\mathcal{P}) \leq \log_2 n$ を証明せよ. また, $\mathcal{H}(\mathcal{P})$ が最大となる \mathcal{P} を答えよ.

草稿用紙
(切り取らないこと)

Graduate School Entrance Examination Problem Booklet

Mechano-Informatics (Subject)

Examination Time: 14:00 – 16:00

Instructions:

- 1) Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.
- 2) Answers should be written either in Japanese or English.
- 3) Three problems are provided. Solve Problem 1 (Compulsory), and solve either Problem 2A (Required Elective) or Problem 2B (Required Elective).
- 4) When you have multiple interpretations of a problem statement, you may clarify your interpretation by introducing adequate definitions and/or conditions in your answer.
- 5) If you find missing, misplaced, and/or unclearly printed pages in the problem booklet, notify the examiner.
- 6) Two answer sheets are provided. Check the number of them, and if you find excess or deficiency, notify the examiner. You must use a separate sheet for each problem. When you run short of space for your answer on the front side of the answer sheet, you may use the back side by clearly stating so in the front side.
- 7) In the designated blanks at the top of each answer sheet, write the examination name “Mechano-Informatics (Subject)”, “Master” or “Doctor”, your applicant number, and the problem number “1”, “2A” or “2B”. Failure to fill up these blanks may void your test score.
- 8) Any answer sheet including marks, symbols, and/or words unrelated to your answer will be invalid.
- 9) Use the blank pages in the problem booklet for your draft. Do not separate the draft papers from this booklet.
- 10) Submit all the two answer sheets and the problem booklet.
- 11) Fill in the box below with your applicant number.

Applicant number:

MEMO

(Do not detach this page)

MEMO

(Do not detach this page)

Problem 1 (Compulsory)

P. 1. As shown in Fig. 1, a thin beam with uniform density has mass m and length $2L$. Point O is at a distance l ($0 < l \leq L$) from the beam's center of gravity G . The xy -plane takes point O as the origin, with the x -axis vertically pointing downward and the y -axis horizontally pointing rightward. The beam can rotate without friction around point O in the xy -plane. Let θ be the angle between the x -axis and the beam, and g be the gravitational acceleration in the positive direction of the x -axis. Answer the following questions.

(1) Show that the beam's moment of inertia I around point O is as follows.

$$I = \frac{1}{3}mL^2 + ml^2$$

(2) Assume that the beam oscillates in the range of θ from $-\pi/3$ to $\pi/3$. In this case, express the speed of the beam's center of gravity G at $\theta = 0$.

(3) Assume that the beam oscillates in small angles around $\theta = 0$. In this case, show that the angular acceleration $\ddot{\theta}$ can be approximated as follows.

$$\ddot{\theta} = -\frac{3gl}{L^2 + 3l^2}\theta$$

(4) Under the condition shown in (3), derive the value of l using L , where the angular frequency is maximum.

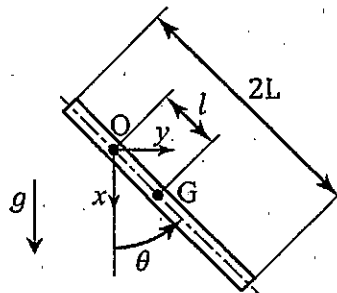


Fig. 1

P. 2. Consider a logic circuit where three inputs are denoted as x_1, x_2, x_3 , the one output is denoted as y , and $x_1, x_2, x_3, y \in \{0,1\}$. In the logic of the circuit, the output becomes 1 when two or more inputs are equal to 1, and the output becomes 0 when two or more inputs are equal to 0.

(1) Write the truth table of the logic.

(2) Convert the truth table of the logic to a Boolean expression, and explain that the logic can be expressed with $y = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$.

(3) Draw a logic circuit diagram satisfying the logic using four NAND gates. Note that each NAND gate can have multiple inputs.

P. 3. Explain the following terms briefly.

(1) "PID control" in control engineering.

(2) "Hash table" in software.

(3) "Piezoelectric element" in mechatronics.

MEMO

(Do not detach this page)

Problem 2A (Required Elective)

As shown in Fig. 1, consider Manipulator A that moves in the horizontal XY plane with 4 links which can be regarded as straight lines and are connected by rotational joints. At the origin O, motors M_1 and M_2 rotate Link 1 and Link 2, respectively. Let the joint between Link 1 and Link 4 be J_1 . Link 1 and Link 3 are parallel, and Link 2 and Link 4 are parallel. The rotation angles of M_1 and M_2 are denoted by $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ and the driving torques by $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T$. In Manipulator A, θ_1 is defined as the angle between the X axis and Link 1, and θ_2 is defined as the angle between the X axis and Link 2. The manipulator tip is denoted by P_A . Let $\overline{OJ_1} = l_1$, $\overline{J_1P_A} = l_2$. The position vector of P_A is denoted by r_A . When external force F^* is applied at P_A , the force generated at P_A by the manipulator to balance with F^* is $F = -F^*$. For simplicity, effects of gravity and friction may be ignored. Collisions between the links need not be considered.

- P. 1. Obtain the Jacobian matrix $J(\theta)$ that relates \dot{r}_A and $\dot{\theta}$.
- P. 2. For τ and F , $\tau = J^T F$ holds. Derive this relationship using the principle of virtual work.
- P. 3. A servo system is installed in each joint driven by M_1 or M_2 , where a relationship between τ_i ($i = 1, 2$) and a small displacement of motor rotation angle, $\Delta\theta_i$, is described as $\tau_i = -k_i \Delta\theta_i$ (k_i is constant). With $K = \text{diag}(k_1, k_2)$, $\tau = -K\Delta\theta$.
- (1) Show that the compliance matrix, which relates a small displacement of P_A , Δr_A , and external force F^* , is denoted as $C = J K^{-1} J^T$.
 - (2) Assume $l_1 = 1.0$ [m], $l_2 = 2.0$ [m], $k_1 = 1.0 \times 10^4$ [Nm/rad], $k_2 = 1.0 \times 10^4$ [Nm/rad]. Obtain compliance matrix C of Manipulator A when $\theta_1 = \pi/2$ [rad] and $\theta_2 = \pi/4$ [rad].
 - (3) In the situation of (2), derive the directions that maximize(s) and minimize(s) the compliance.

Next, as shown in Fig. 2, consider Manipulator B, in which Link 2 and Link 3 were removed from Manipulator A and motor M_2 drives the joint J_1 . In Manipulator B, θ_1 is defined as an angle between the X axis and Link 1, and θ_2 is defined as an angle between Link 1 and Link 4. The tip of Manipulator B is denoted by P_B , and the position vector of P_B by r_B , and the small displacement by Δr_B .

- P. 4. Assuming that for both of the manipulators, K of the servo systems driven by M_1 and M_2 , l_1 and l_2 , and the positions and orientations of Link 1 and Link 4 are identical to those in P. 3. (2), answer the following questions.
- (1) When $\dot{\theta} = (\omega, \omega)^T$ (ω is constant), obtain $|\dot{r}_A|^2 / |\dot{r}_B|^2$.
 - (2) Both P_A and P_B receive external force F^* applied from the direction of angle φ with respect to the X axis, and remain still. Assuming $|F^*| = \bar{F}$ (constant), derive Δr_A and Δr_B as functions of φ . When $\varphi = 0$, obtain $|\Delta r_A|^2 / |\Delta r_B|^2$.
- P. 5. Based on P. 4., describe qualitatively and briefly the advantage(s) and disadvantage(s) of Manipulator A over Manipulator B.

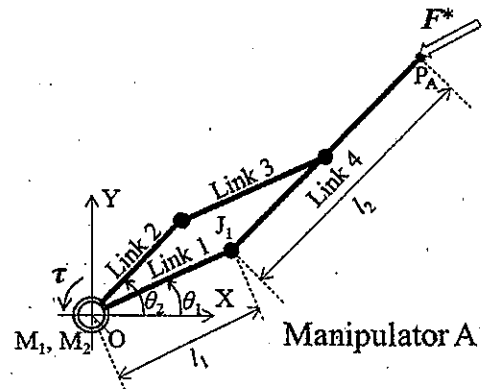


Fig. 1

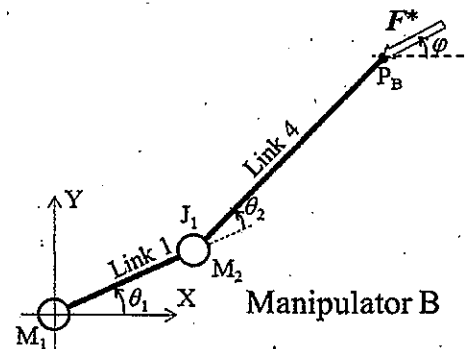


Fig. 2

MEMO

(Do not detach this page)

Problem 2B (Required Elective)

- P. 1. Suppose that we use two's complement to represent a signed integer in binary.
- (1) Answer an 8-bit binary number that represents a decimal number of -50 .
 - (2) Answer the minimum and maximum decimal numbers that can be represented by 8-bit signed integer.
 - (3) Calculate the decimal subtraction $32 - 50$ using two's complement and answer with an 8-bit binary number.

- P. 2. For digital communication, we use the following matrix G for a 4-bit input u to generate a code word $w = uG$, where I_m is an identity matrix of size m .

$$G = [P \quad I_4], \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Note that addition is performed by exclusive-OR here.

- (1) Find the code word corresponding to the input $[1 \ 0 \ 1 \ 1]$.
- (2) A matrix H that satisfies the following conditions for any w is called a parity check matrix, where T represents matrix transpose, and $\mathbf{0}$ represents a zero vector. Answer the matrix A .

$$H = [I_3 \quad A], \quad Hw^T = \mathbf{0}$$
- (3) Due to a 1-bit transmission error, a certain code word was received as $[0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1]$. Find the position of the erroneous bit. In addition, answer the original 4-bit input.

- P. 3. We define probability distributions $\mathcal{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ and $\mathcal{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ that satisfy the following conditions.

$$\sum_{k=1}^n p_k = 1, \quad \sum_{k=1}^n q_k = 1$$

$$p_k > 0, q_k > 0 \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Here, n is a positive integer.

- (1) Answer how many bits of information can be stored in a single decimal digit. You may use the approximation: $\log_{10} 2 \approx 0.30$.
- (2) Prove the following Gibbs' inequality. In addition, answer the condition that the equality holds. You may use the inequality $\log x \leq x - 1$ for any positive real number x .

$$\sum_{k=1}^n p_k \log_2 \frac{p_k}{q_k} \geq 0$$

- (3) We define the information entropy $\mathcal{H}(\mathcal{P})$ of the probability distribution \mathcal{P} as follows.

$$\mathcal{H}(\mathcal{P}) = - \sum_{k=1}^n p_k \log_2 p_k$$

Prove the inequality $0 < \mathcal{H}(\mathcal{P}) \leq \log_2 n$ using Gibbs' inequality. In addition, answer the \mathcal{P} that maximizes $\mathcal{H}(\mathcal{P})$.

MEMO

(Do not detach this page)