

2025 年度 大学院入学試験問題
2025 School Year Graduate School Entrance Examination
Problem Booklet

システム情報学 / Information Physics and Computing

第1問から第3問のうち、2問のみを選択して解答せよ。

Answer two out of Problems 1-3.

試験時間 / Examination Time: 10:00~11:40

注 意 事 項 / Instructions

- (1) 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
Do not open this booklet until the starting signal is given.
- (2) 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。草稿用紙を含む全ページを本冊子から切り離してはならない。
You should notify the examiner if there are missing or incorrect pages in your booklet. Do not separate all pages including the draft papers from this booklet.
- (3) 問題は第1問から第3問まであり、日本語は2頁から14頁、英文は15頁から27頁である。3問のうち2問を日本語ないし英語で解答すること。
Three problems appear on pages 2 - 14 in Japanese and pages 15 - 27 in English. Answer two out of the three problems in Japanese or English.
- (4) 解答用紙2枚が渡される。1問ごとに必ず1枚の解答用紙を使用すること。必要なときは解答用紙の裏面も使用してよい。
Two answer sheets will be given. Use one sheet per problem. You may use the back of the sheet if necessary.
- (5) 各解答用紙の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。氏名は書いてはならない。
Do not forget to fill the examinee's number and the problem number in the designated place at the top of each answer sheet. Do never put your name.
- (6) 試験問題の内容に関する質問に対しては、原則として答えない。
No questions relating to the contents of the problems are acceptable in principle.
- (7) 解答に関係のない記号、符号などを記入した解答は無効とする。
Any answer sheet with marks or symbols unrelated to the answer will be invalid.
- (8) 他に指示がない限り、問題解答用紙には最終解答のみでなく、計算や導出の過程を記述すること。論拠の不十分な解答は減点する。問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は、適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい。
Your answers must include calculations and derivation processes, not just the final conclusion, unless otherwise indicated. Lack of justification will result in score deduction. In the case that a problem can be interpreted in several ways, you may answer the problem adding suitable definitions or conditions.
- (9) 解答用紙および問題冊子は試験室から持ち出さないこと。
Do not take the answer sheets and this booklet out of the examination room.

受験番号 / Examinee's number	No.
--------------------------------	-----

上欄に受験番号を記入すること。
Fill this box with your examinee's number

選択した問題番号 / Problem numbers you selected		
---	--	--

上欄に選択した2つの問題番号を記入すること。
Fill these boxes with the problem numbers you selected.

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第1問

2つの連続時間実信号 $f(t)$ と $g(t)$ (t は時間を表す実数) に対し, たたみ込み積分 $(f * g)(t)$ と相互相関関数 $R_{fg}(t)$ をそれぞれ

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau, \quad R_{fg}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t + \tau)d\tau$$

と定義する. 以下の問いに答えよ. なお, 以下の問いでグラフを描画する際, グラフの横軸の範囲は $[-3, 3]$ とし, グラフの形状が変化する時刻 t を横軸に明記せよ.

(1) 矩形関数を次式で定義する.

$$\text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) = \begin{cases} 1 & \text{if } |t| \leq a/2 \\ 0 & \text{if } |t| > a/2 \end{cases}$$

ただし, a は正の実数である. $f(t) = \text{rect}(t - 1)$, $g(t) = \text{rect}(t/2)$ のとき, 以下の問いに答えよ.

(a) $f(t)$ と $g(t)$ のグラフを図示せよ.

(b) $(f * g)(t)$ と $R_{fg}(t)$ のグラフを図示せよ.

(2) $x(t)$ と $y(t)$ をそれぞれ, ある線形時不変システム $\mathcal{L}[\cdot]$ の入力信号, 出力信号とする. システム $\mathcal{L}[\cdot]$ のインパルス応答は $h(t) = \mathcal{L}[\delta(t)]$ で与えられる. ただし, $\delta(t)$ はディラックのデルタ関数である. また, サンプルング周期 T の周期デルタ列を次式で定義する.

$$\text{comb}_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

(a) $x(t), y(t), h(t)$ の間に成立する数式を書け.

(b) 入力信号を $x(t) = (f * g)(t)$ (ただし $f(t)$ と $g(t)$ は問い(1)で定義した関数) とする. $h(t) = \text{comb}_3(t)$ のとき, 出力信号 $y(t)$ のグラフを図示せよ.

(次のページに続く)

(3) 連続時間実信号 $f(t)$ の自己相関関数を次式で定義する.

$$R_{ff}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)f(t+\tau)d\tau$$

- (a) $R_{ff}(t)$ が偶関数であることを示せ. また, $R_{ff}(t)$ の値が時刻 $t = 0$ で最大となることを示せ. ここで, $f(t)$ は確定信号とする.
- (b) $f(t)$ と $g(t)$ を問い (1) で定義した関数とする. $R_{fg}(t) \cdot \text{comb}_{1/2}(t)$ の自己相関関数のグラフを図示せよ. ここで, グラフの縦軸には関数のピーク値のみを明記せよ.

(4) 図1に示すように, ある角度 θ に存在する, 十分遠方の点音源から到来する音波を, 間隔 D で配置された2つのマイクロホン M_1, M_2 で観測することを考える. 音源由来の信号 $s(t)$ が M_2 に到来し, 到来時間差 τ_0 だけ遅延した信号 $s(t - \tau_0)$ が M_1 に到来すると仮定する. ただし, $s(t)$ は非周期的な信号であると仮定する.

- (a) $y_1(t) = s(t - \tau_0)$ と $y_2(t) = s(t)$ をそれぞれ M_1, M_2 で観測された信号とする. 音速を c とするとき, 到来時間差 τ_0 を c, D, θ で表せ. また, $y_1(t)$ と $y_2(t)$ から到来角 θ を推定する手法を説明せよ.
- (b) 次に, $y_1(t)$ と $y_2(t)$ がそれぞれ $s(t - \tau_0) + n_1(t), s(t) + n_2(t)$ として観測されると仮定する. ここで, $n_1(t), n_2(t)$ は不規則雑音であり, $n_1(t), n_2(t), s(t)$ は互いに無相関であると仮定する. $n_1(t)$ と $n_2(t)$ のパワーをそれぞれ P_{n_1}, P_{n_2} とし, これらは等しい (すなわち $P_{n_1} = P_{n_2} = P_n$) と仮定する. $s(t)$ のパワーを P_s とする. 自己相関関数と相互相関関数を用いて信号対雑音比 P_s/P_n を推定する手法を説明せよ.

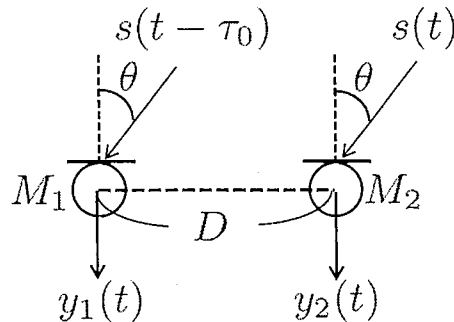


図1

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第2問

バンドパスフィルタ回路に関する以下の問いに答えよ。ただし、 j は虚数単位、 ω は角周波数、 s はラプラス演算子を表す。また、演算増幅器は全て理想特性をもつものとする。

- (1) 図1に抵抗値 R の抵抗, キャパシタンス C のキャパシタ, インダクタンス L のインダクタからなるバンドパスフィルタ回路を示す。
 - (a) この回路における V_i から V_o への伝達関数 $G_1(s)$ を求めよ。
 - (b) $|G_1(j\omega)|$ が最大となる角周波数を ω_0 とする。 ω_0 と最大値 $\overline{G} := |G_1(j\omega_0)|$ を求めよ。
- (2) 問い(1)-(b)で求めた最大値 \overline{G} に対し、 $|G_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{G}$ となる2つの角周波数を ω_1, ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) とする。また、 ω_1, ω_2 を用いて、パラメタ Q を $Q := \omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$ と定義する。
 - (a) ω_1, ω_2, Q を求めよ。
 - (b) $G_1(j\omega)$ のゲイン特性を表すボード線図の概形を示せ。ただし、図中に $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ を明示すること。
- (3) 図2に抵抗値 R, kR の抵抗, キャパシタンス C のキャパシタと演算増幅器からなるバンドパスフィルタ回路を示す。ただし、 k は正の実数値とする。
 - (a) 図2の節点Aにおける電位を V_A とする。節点Bにおいてキルヒホッフの電流法則を用いることにより電位 V_A を s の関数として求めよ。
 - (b) この回路における V_i から V_o への伝達関数 $G_2(s)$ を求めよ。
 - (c) 問い(1), (2)において $G_1(j\omega)$ に対して定義した $\omega_0, \overline{G}, Q$ を $G_2(j\omega)$ に対して同様に定義する。このときの $G_2(j\omega)$ に対する $\omega_0, \overline{G}, Q$ を求め、 $\overline{G} = 2Q^2$ となることを示せ。
- (4) 図3に抵抗値 kR, R_1, R_2 の抵抗, キャパシタンス C のキャパシタと演算増幅器からなるバンドパスフィルタ回路を示す。ただし、 k は正の実数値とする。また、この回路における V_i から V_o への伝達関数を $G_3(s)$ とする。
 - (a) 図3の破線で囲まれた回路に対してテブナンの定理を用いることで、図4に示すように電圧 \hat{V}_i の等価電圧源と抵抗値 \hat{R} の等価抵抗に置き換えた等価回路を考える。 \hat{V}_i および \hat{R} を、 V_i, R_1, R_2 を用いて表せ。

(次のページに続く)

- (b) 問い(1), (2)において $G_1(j\omega)$ に対して定義した ω_0 , \overline{G} , Q を $G_3(j\omega)$ に対して同様に定義し, 正の実数値 Q_0 に対して $\overline{G} = 1$ かつ $Q = Q_0$ となるように k , R_1 , R_2 を定めることを考える. 問い(4)-(a)で求めた等価抵抗値 \hat{R} が R と等しいとき, Q_0 についての条件を示し, k , R_1 , R_2 を Q_0 と R を用いて表せ.

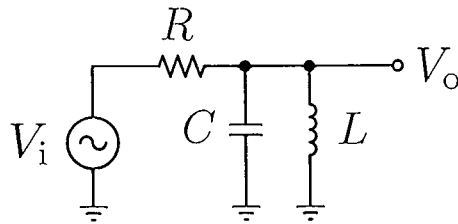


図 1

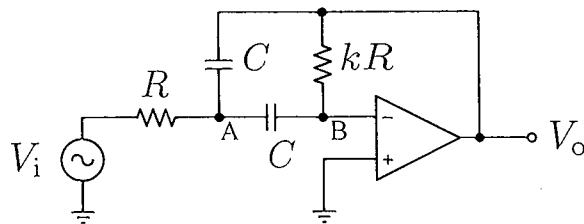


図 2

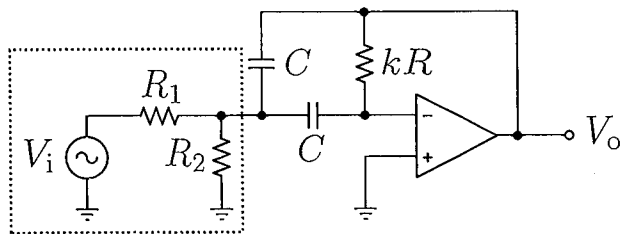


図 3

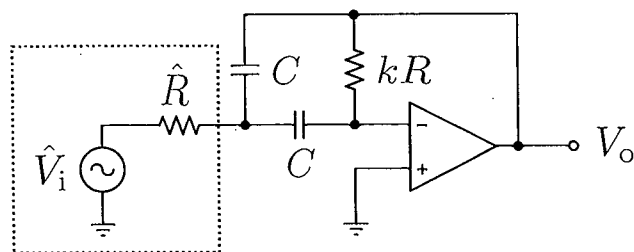


図 4

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第 3 問

図 1 のフィードバック制御系を考える．ここで $P(s)$ と $K(s)$ は制御対象と PI 制御器の伝達関数であり，次式で与えられるとする．

$$P(s) = \frac{2-s}{s^2+2s+2}, \quad K(s) = \alpha + \frac{\beta}{s}$$

ここでパラメータ α, β は実数とする．また， r は目標値， y は出力， e は制御偏差である．以下の問いに答えよ．

- (1) (a) 目標値 r から出力 y までの伝達関数 $T(s)$ を求めよ．
 (b) 閉ループ系の安定条件を求めよ．
- (2) $K(s)$ において $\beta = 0$ とするとき，以下の問いに答えよ．
 (a) α を適切に選び，閉ループ系の極の一つを -2 に設定したい．そのような α を求めよ．
 (b) 上で求めた α を用いるとき，目標値として単位ステップ信号を入力した場合に対する出力 y を求めよ．その時刻 $t = 0$ 付近での特徴的な挙動について説明せよ．
- (3) $K(s)$ において β を実数とするとき，以下の問いに答えよ．
 (a) 目標値としてランプ信号を用いた場合の定常偏差を求めよ．
 (b) 問い (2) および (3)-(a) の結果から，P 制御と PI 制御の違いについて理由と共に説明せよ．

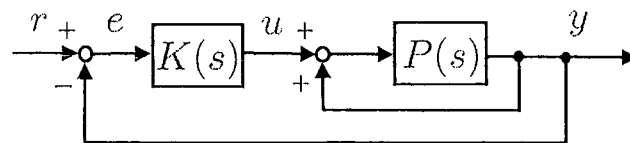


図 1

(次のページに続く)

次に図2のフィードバック制御系を考える。ここで

$$G(s) = \frac{2}{(s+1)^2(s+0.1)}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (4) (a) 一巡伝達関数のボード線図を描け。折れ線近似を用いてよい。
- (b) ナイキストの安定判別法により、閉ループ系が安定であるかを判定せよ。安定な場合はゲイン余裕を求めよ。ナイキスト軌跡を描く際には、軌跡が実軸および虚軸と交わる点の座標およびその時の角周波数を求めること。
- (c) 閉ループ系における安定余裕を改善するために、図3のように制御器 $K(s)$ を加えることを考える。このとき位相進み補償と位相遅れ補償のどちらの手法が有効であるか、その理由と共に説明せよ。また、その補償の手法が制御系にもたらす特性として注意すべき点についても述べよ。

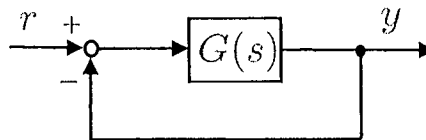


図2

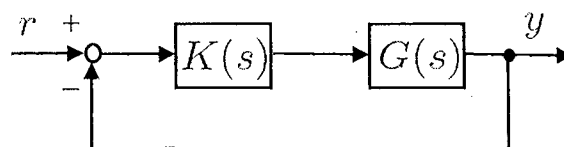


図3

草稿用紙
(切り離さないこと)

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Problem 1

Given two continuous-time real signals $f(t)$ and $g(t)$ (t is a real number representing time), the convolution integral $(f * g)(t)$ and cross-correlation $R_{fg}(t)$ are defined as

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau, \quad R_{fg}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t + \tau)d\tau.$$

Answer the following questions. When drawing graphs in the following questions, the range of the horizontal axis should be $[-3, 3]$, and the time t at which the shape of the graph changes should be specified on the horizontal axis.

- (1) The rectangular function is defined as

$$\text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) = \begin{cases} 1 & \text{if } |t| \leq a/2, \\ 0 & \text{if } |t| > a/2, \end{cases}$$

where a is a positive real number. Answer the following questions when $f(t) = \text{rect}(t - 1)$ and $g(t) = \text{rect}(t/2)$.

- (a) Draw the graphs of $f(t)$ and $g(t)$.
- (b) Draw the graphs of $(f * g)(t)$ and $R_{fg}(t)$.

- (2) Suppose that $x(t)$ and $y(t)$ are input and output signals of a linear time-invariant system $\mathcal{L}[\cdot]$, respectively. The impulse response of the system $\mathcal{L}[\cdot]$ is given as $h(t) = \mathcal{L}[\delta(t)]$, where $\delta(t)$ denotes the Dirac delta function. In addition, the periodic delta series with a sampling period T is defined as

$$\text{comb}_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

- (a) Write an equation that holds between $x(t)$, $y(t)$, and $h(t)$.
- (b) Suppose the input signal $x(t) = (f * g)(t)$ ($f(t)$ and $g(t)$ are the functions defined in Question (1)). Draw the graph of the output signal $y(t)$ given the impulse response $h(t) = \text{comb}_3(t)$.

(Continued on the next page)

- (3) The auto-correlation of a continuous-time real signal $f(t)$ is defined as

$$R_{ff}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)f(t + \tau)d\tau.$$

- (a) Prove that $R_{ff}(t)$ is an even function. In addition, prove that the value of $R_{ff}(t)$ is maximal at time $t = 0$. Here, assume that $f(t)$ is a deterministic signal.
- (b) Using the functions $f(t)$ and $g(t)$ defined in Question (1), draw the graph of the auto-correlation of $R_{fg}(t) \cdot \text{comb}_{1/2}(t)$. Here, specify only the maximum value of the function on the vertical axis of the graph.
- (4) As shown in Fig 1, consider the observation of sound waves arriving from a sufficiently distant point source at a certain angle θ with two microphones M_1 and M_2 placed at an interval D . Assume that a signal $s(t)$ originating from the point source arrives at M_2 , and a signal $s(t - \tau_0)$ delayed by a time arrival difference of τ_0 arrives at M_1 . Here, suppose that $s(t)$ is an aperiodic signal.
- (a) Suppose that $y_1(t) = s(t - \tau_0)$ and $y_2(t) = s(t)$ are signals observed at M_1 and M_2 , respectively. Given the speed of sound c , express the time arrival difference τ_0 in terms of c , D , and θ . In addition, explain a method to estimate the angle θ from $y_1(t)$ and $y_2(t)$.
- (b) Next, suppose that $y_1(t)$ and $y_2(t)$ are observed as $s(t - \tau_0) + n_1(t)$ and $s(t) + n_2(t)$, respectively. Here, $n_1(t)$ and $n_2(t)$ are random noise, and $n_1(t)$, $n_2(t)$, and $s(t)$ are assumed to be uncorrelated with each other. Denote the powers of $n_1(t)$ and $n_2(t)$ by P_{n_1} and P_{n_2} , respectively, and assume that they are equal (i.e., $P_{n_1} = P_{n_2} = P_n$). Let P_s be the power of $s(t)$. Explain a method to estimate the signal-to-noise ratio P_s/P_n using auto-correlations and cross-correlations.

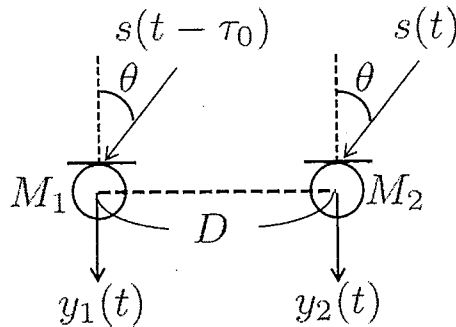


Fig. 1

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Problem 2

Answer the following questions about band-pass filter circuits. Let j be the imaginary unit, ω be an angular frequency, and s be the Laplace operator. Assume that all the operational amplifiers have ideal characteristics.

- (1) Fig. 1 shows a band-pass filter consisting of a resistor with resistance R , a capacitor with capacitance C , and an inductor with inductance L .
 - (a) Derive the transfer function $G_1(s)$ from V_i to V_o of this circuit.
 - (b) Let ω_0 be the angular frequency that maximizes $|G_1(j\omega)|$. Obtain ω_0 and the maximum $\overline{G} := |G_1(j\omega_0)|$.
- (2) For the maximum \overline{G} obtained in Question (1)-(b), let ω_1 and ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) be the two angular frequencies that satisfy $|G_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{G}$. In addition, the parameter Q is defined as $Q := \omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$ in terms of ω_1 and ω_2 .
 - (a) Obtain ω_1 , ω_2 , and Q .
 - (b) Draw the outline of the Bode plot for the magnitude of $G_1(j\omega)$. Note that ω_0 , ω_1 , and ω_2 should be indicated in the plot.
- (3) Fig. 2 shows a band-pass filter consisting of resistors with resistances R , kR , capacitors with capacitance C , and an operational amplifier, where k is a positive real number.
 - (a) Let V_A be the voltage at the node A in Fig. 2. Obtain the voltage V_A as a function of s by using Kirchhoff's current law at the node B in Fig. 2.
 - (b) Derive the transfer function $G_2(s)$ from V_i to V_o of this circuit.
 - (c) Define ω_0 , \overline{G} , and Q for $G_2(j\omega)$ in the same way as those for $G_1(j\omega)$ in Questions (1) and (2). Obtain ω_0 , \overline{G} , and Q for $G_2(j\omega)$ and show $\overline{G} = 2Q^2$.
- (4) Fig. 3 shows a band-pass filter consisting of resistors with resistances kR , R_1 , R_2 , capacitors with capacitance C , and an operational amplifier, where k is a positive real number. $G_3(s)$ is the transfer function from V_i to V_o of this circuit.
 - (a) By using Thévenin's theorem for the circuit enclosed with dashed lines in Fig. 3, consider an equivalent circuit replaced with an equivalent voltage source with voltage \hat{V}_i and an equivalent resistor with resistance \hat{R} as shown in Fig. 4. Express \hat{V}_i and \hat{R} in terms of V_i , R_1 , and R_2 .

(Continued on the next page)

- (b) Define ω_0 , \bar{G} , and Q for $G_3(j\omega)$ in the same way as those for $G_1(j\omega)$ in Questions (1) and (2) and consider determining k , R_1 and R_2 that satisfy $\bar{G} = 1$ and $Q = Q_0$, where Q_0 is a positive real number. When the equivalent resistance \hat{R} obtained in Question (4)-(a) is equal to R , show the condition on Q_0 and express k , R_1 , and R_2 in terms of Q_0 and R .

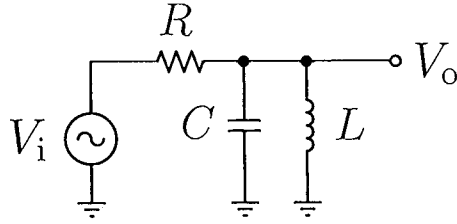


Fig. 1

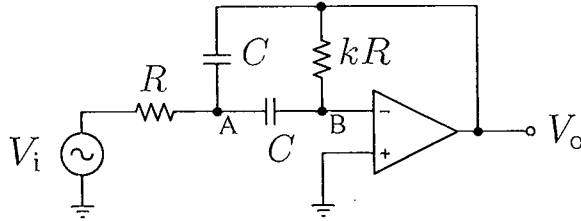


Fig. 2

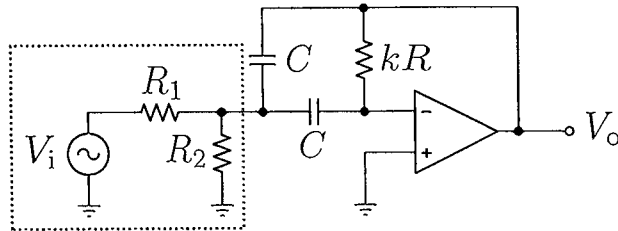


Fig. 3

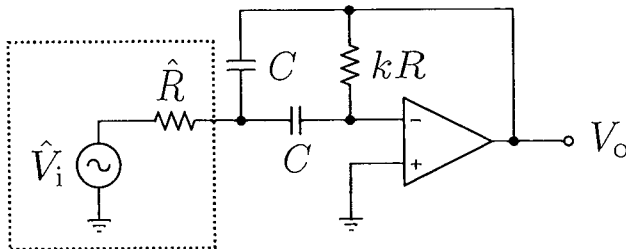


Fig. 4

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Problem 3

Consider the feedback control system depicted in Fig. 1. Here, $P(s)$ and $K(s)$ are the transfer functions of the plant and the PI controller, respectively, given by

$$P(s) = \frac{2-s}{s^2+2s+2}, \quad K(s) = \alpha + \frac{\beta}{s},$$

where the parameters α and β are real numbers. Moreover, r is the reference, y is the output, and e is the control error. Answer the following questions.

- (1) (a) Find the transfer function $T(s)$ from the reference r to the output y .
 (b) Find the stability conditions of the closed-loop system.
- (2) In $K(s)$, fix the parameter as $\beta = 0$, and answer the questions below.
 - (a) By properly selecting α , we would like to set one of the poles of the closed-loop system at -2 . Find α to achieve this.
 - (b) Using α obtained above, find the output y when the unit step signal is input as the reference. Explain its characteristic behavior around time $t = 0$.
- (3) In $K(s)$, take β to be a real number, and answer the questions below.
 - (a) Find the steady-state error when the ramp signal is used as the reference.
 - (b) Based on the results of Questions (2) and (3)-(a), explain the difference between P control and PI control along with the reasons.

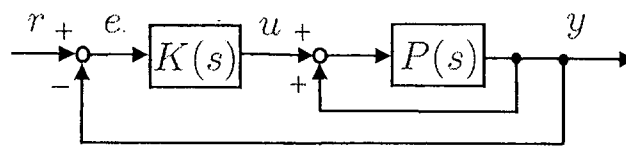


Fig. 1

(Continued on the next page)

Next, consider the feedback control system depicted in Fig. 2. Here, we set

$$G(s) = \frac{2}{(s+1)^2(s+0.1)}.$$

Answer the following questions.

- (4) (a) Draw the Bode plot of the loop transfer function. Straight-line approximations may be used.
- (b) Determine whether the closed-loop system is stable using the Nyquist stability criterion. If stable, then find the gain margin. When making the Nyquist plot, calculate the coordinates of the intersections with the real and imaginary axes and the angular frequencies at those points.
- (c) To improve the stability margin in the closed-loop system, we consider to add a controller $K(s)$ to the system as shown in Fig. 3. Explain which of the two methods, phase-lead compensation and phase-lag compensation, is effective for this case along with the reason. Also, explain the properties which are brought to the control system by this compensation method and require our attention.

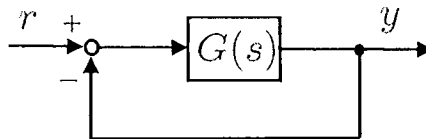


Fig. 2

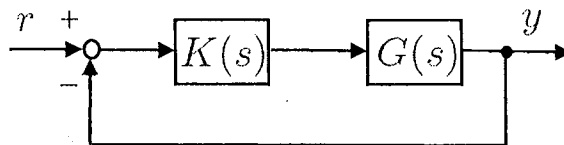


Fig. 3

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

Draft paper
(Do not separate this from the booklet)

