システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成３０年８月２１日（火）　　１０：００～１３：００

第１問から第５問のうち，３問のみを選択して解答せよ．

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙３枚が渡される．１問ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．必要なときは答案用紙の裏面も使用してよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は試験室から持ち出さないこと．

受験番号	

上欄に受験番号を記入すること．

選択した問題番号			

上欄に選択した３つの問題番号を記入すること．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
(切り離さないこと)

第１問

既知の音波信号 $s(t)$（ここで t は時間を表す）を放射し，音波の伝搬時間 τ を計測して距離を測る場合，受信器で観測された信号 $s(t)$ の遅延を推定することが重要である．伝搬経路には $s(t)$ と無相関な雑音 $n(t)$ が存在し，受信機では $s(t-\tau)+n(t)$ が観測される．受信された信号に対し，$h(t)$ というインパルス応答を持つフィルタを適用し，出力を得るものとする（図１参照）．$S(\omega)$ は $s(t)$ のフーリエ変換，$P_n(\omega)$ は $n(t)$ のパワースペクトル，$H(\omega)$ は $h(t)$ のフーリエ変換とする（ここで ω は角周波数を表す）．ここでは，以下の信号対雑音比規範 $J(t)$ を考える．

$$J(t) = \frac{|h(t) * s(t-\tau)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t) * n(t)|^2 \mathrm{d}t}$$

ここで $*$ はたたみ込み演算である．$J(t)$ を $t=\tau$ にて最大化する最適フィルタのインパルス応答 $h(t)$ を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) 一般に，たたみ込み演算において，任意の信号 $x(t)$ および $y(t)$ に関して以下が成立することを示せ．

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) * y(t) \exp(-\mathrm{j}\omega t) \mathrm{d}t = X(\omega)Y(\omega) \tag{1}$$

ここで，$X(\omega)$ および $Y(\omega)$ はそれぞれ $x(t)$ および $y(t)$ のフーリエ変換，j は虚数単位である．

(2) まず $J(t)$ の分子を考える．$S(\omega)$ および $H(\omega)$ を用いて $s(t-\tau)$ のフィルタリング後出力 $h(t) * s(t-\tau)$ を表せ（積分形でよい）．ここでは式 (1) で示された関係を使ってもよい．次に $J(t)$ の分母を考える．$P_n(\omega)$ および $H(\omega)$ を用いて $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t) * n(t)|^2 \mathrm{d}t$ を表せ（積分形でよい）．

(3) 問い (2) の結果に基づき，以下の不等式が成立することを示せ．

$$|h(t) * s(t-\tau)|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{P_n(\omega)} \mathrm{d}\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |h(t) * n(t)|^2 \mathrm{d}t$$

(4) 問い (3) の結果を用いて，最適フィルタの周波数特性 $H(\omega)$ を $S(\omega)$ および $P_n(\omega)$ を用いて表せ．また，雑音 $n(t)$ が白色雑音（つまり $P_n(\omega) = N$; N は定数）の場合における，最適フィルタのインパルス応答 $h(t)$ を求めよ．さらに，上記において，送信波の周波数特性 $S(\omega)$ が以下で与えられる場合を考える．

$$S(\omega) = \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{|\omega|}{\omega_0}} \exp(\mathrm{j}\phi(\omega)) \quad (|\omega| \leq \omega_0) \\ 0 \quad (\text{otherwise}) \end{cases}$$

ここで ω_0 は信号の帯域幅，$\phi(\omega)$ は位相関数である（位相関数は任意の奇関数であるとする）．最適フィルタの出力における $h(t) * s(t-\tau)$ の波形を求め，それを図示せよ．

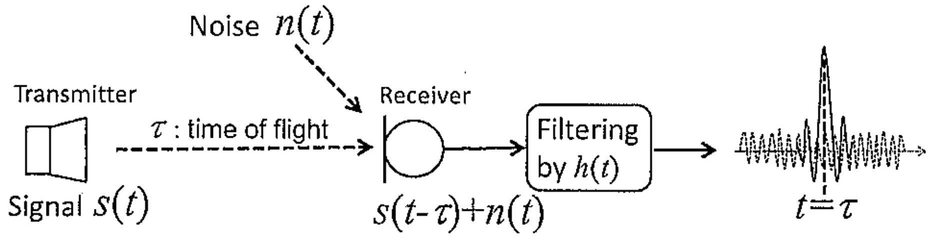

図 1　伝搬時間計測システム概観

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

図 1 は，入力端の電圧 V_1，電流 I_1，出力端の電圧 V_2，電流 I_2 とする 2 端子対回路である．この回路の入出力関係は縦続行列 $\boldsymbol{F}$ を用いて，以下のように定められる．なお，$I_2=0$，$V_2=0$ は，それぞれ出力端の開放，短絡を意味する．

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{F}\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},\quad A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0},\quad B = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0},\quad C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0},\quad D = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0}$$

以下の問いに答えよ．

(1) 図 2 に示すように，縦続行列 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$ で表される 2 端子対回路を縦続接続した場合，合成される 2 端子対回路の縦続行列 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{LR}}$ を，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$ を用いて表せ．

(2) 図 3 に示す 2 つの 2 端子対回路の縦続行列 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{V}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}}$ を求めよ．

(3) 図 4 に示す 2 つの回路が等価になるとき，Z_{AB}，Z_{BC}，Z_{CA} を Z_{A}，Z_{B}，Z_{C} で表せ．

(4) 理想特性を持つオペアンプを 1 個，抵抗値が r の抵抗を 2 個，抵抗値が $10r$ の抵抗を 2 個持っている．これらを用いてなるべく増幅率の高い反転増幅器を作りたい．回路図を示し，その回路が反転増幅器として動作する理由を説明し，増幅率を算出せよ．

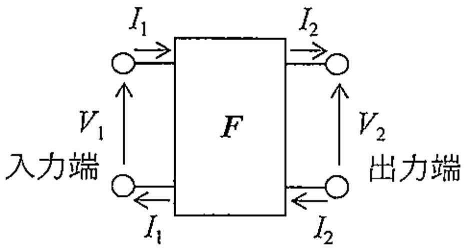
I_1
I_2
V_1
F
V_2
入力端
出力端
I_1
I_2

図1

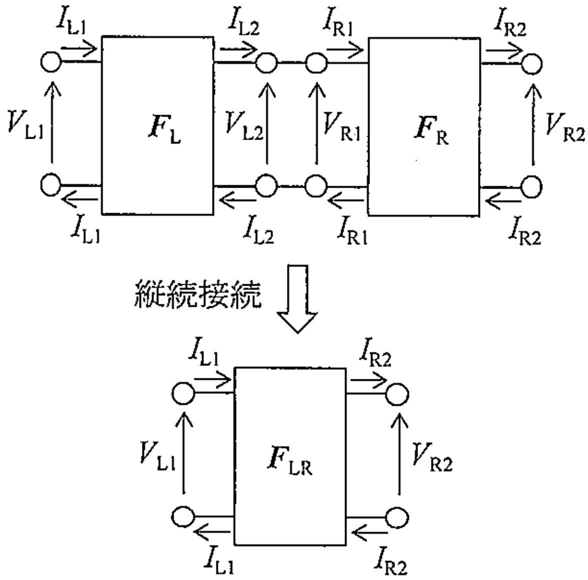
I_{L1}
I_{L2}
I_{R1}
I_{R2}
V_{L1}
F_L
V_{L2}
V_{R1}
F_R
V_{R2}
縦続接続
F_{LR}

図2

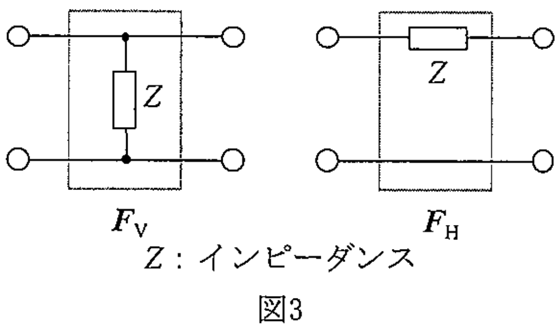
Z
Z
F_V
F_H
Z：インピーダンス

図3

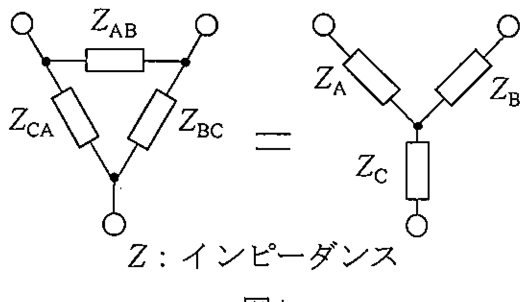
Z_{AB}
Z_{CA}
Z_{BC}
Z_A
Z_B
Z_C
Z：インピーダンス

図4

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第3問

次の状態空間表現されたシステム (1) を考える．

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1}$$

以下の問いに答えよ．

(1) システム行列 A, B が

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

の場合，システム (1) が可制御であることを示せ．

(2) システム (1) の解 $x(t)$ を，A, B, $x(0)$, $u(t)$ を用いて表せ．

(3) システム (1) が可制御の場合を考える．入力信号 $u(t), 0 \leq t \leq L$ (ただし $L > 0$) を設計し，与えられた初期条件 $x(0) = x_o$ と目標の状態変数ベクトル x_L に対し，時刻 $t = L$ で $x(L) = x_L$ としたい．そのような $u(t)$ の一つが，

$$u(t) = B^\top \exp(-A^\top t)\xi,\ 0 \leq t \leq L$$

の形式で与えられる．ベクトル ξ を求めよ．またシステム (1) が可制御でない場合，許容される x_o および x_L について説明せよ．

(4) (a) システム行列 A, B が式 (2) で与えられるものとする．$x_o = O$ のとき，

$$x(L) = x_L := \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix},\ L = 1$$

とする $u(t), 0 \leq t \leq L$ を x_{11}, x_{12} を用いて表わせ．

(b) 問い (4)–(a) において，ある $x(1) = x_1$ の場合，$u(t) = 0, 1 < t$ とすると，$x(t) = x_1, 1 \leq t$ となった．x_1 を求めよ．

(c) 問い (4)–(a) において，L を 1 からより小さな値に設定するとき，$u(t), 0 \leq t \leq L$ の振る舞いについて，制御入力設計の立場から概説せよ．

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 4 問

32 ビットのアドレス空間とバイトアドレッシングを用いたプロセッサを考える. このプロセッサのキャッシュに関する以下の問いに答えよ. なお, 1 キビバイトは 2^{10} バイトのことである.

(1) 16 バイトのキャッシュラインが 128 個あるダイレクト・マップ方式のキャッシュにおいて, メモリの 9540 番地 (10 進数) の 1 バイト・データは何番目のキャッシュラインに入るか求めよ. なお, 最初のキャッシュラインは 0 番目とする.

(2) 以下のキャッシュのタグ部の記憶容量をそれぞれ求めよ.
 (a) キャッシュライン・サイズが 16 バイト, データ容量が 64 キビバイトのダイレクト・マップ方式のキャッシュ
 (b) キャッシュライン・サイズが 32 バイト, データ容量が 512 キビバイトの 4 ウェイ・セット・アソシアティブ方式のキャッシュ

(3) 置換アルゴリズムが LRU の n ウェイ・セット・アソシアティブ方式のキャッシュにおいて, キャッシュの容量とラインサイズを固定して n を増やしたときのデメリットを 2 つ述べよ.

(4) n ウェイ・セット・アソシアティブ方式のデータキャッシュを考える. 置換アルゴリズムは LRU, ラインサイズは 32 バイト, 容量は 64 キビバイトである。プロセッサの動作周波数は 2 GHz, データキャッシュミス・ペナルティは 100 ns とする.
 (a) 図 2 のアセンブリ言語で書かれた図 1 のプログラムを, このプロセッサ上で “Start” から “End” まで実行した. データキャッシュミスが無かった時の命令あたりのサイクル数は 1 であったとする. このとき, 総実行命令数と, データキャッシュミスを考慮した命令あたりのサイクル数を n=1 と n=2 のそれぞれの場合で求めよ. なお, ラベル自体は命令数には含まれない.
 (b) n=1 の場合に, 図 1 のプログラムの “Array2” のアドレスを 131056 番地 (10 進数) に変更したときのデータキャッシュミスを考慮した命令あたりのサイクル数を求めよ.
 (c) n=1 の場合に, 図 1 のプログラムと同等の計算をなるべくデータキャッシュミスが少なくなるようにおこなうプログラムを図 2 のアセンブリ言

語を用いて書け．また，その時のデータキャッシュミスの回数を答えよ．ただし，“Array1” および “Array2” のアドレス，そしてそれらのアドレスに格納されている値は変えないこと．

```
Start:
      set $r0, 0
      set $r1, 0
      set $r15, 8
Loop:
      load $r2, Array1[$r1]
      load $r3, Array2[$r1]
      mul $r2, $r3
      add $r0, $r2
      add $r1, 1
      sub $r15, 1
      jnz $r15, Loop
End:
      halt

.Address 65536
Array1: dw 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
.Address 131072
Array2: dw 4, 9, 3, 8, 5, 12, 1, 6, 11, 2, 10, 7
```

図 1

（以下 R はレジスタ，IR は即値またはレジスタ，A はアドレスとする）

set R, IR	IR を R に格納する
load R, A	A の 1 ワード・データを R に読み込む
add R, IR	R と IR を足して R に格納する
sub R, IR	R から IR を引いて R に格納する
mul R, IR	R と IR を掛けて R に格納する
jnz R, A	R がゼロでなかったら A にジャンプし， そうでなかったら次の命令に進む
halt	実行を停止する

・レジスタは \$r0 ～ \$r15 の 16 個あり，それぞれ 1 ワードである．
・コロンで終わる文字列はラベルであり，アドレスとして用いることができる．
・アドレスはラベルのみ，もしくは “ラベル[レジスタ]” の形式で表す．後者の場合は，レジスタの値を 4 倍してラベルの値を足したものをアドレスとする．
・“.Address 値” はアセンブラに対する指示で，次の行のラベルのアドレスをこの値（10 進数）とする．
・“ラベル: dw” は，後ろに続くコンマで区切られた値を 1 ワード（4 バイト）ずつのデータとして，ラベルで指定されたアドレスからこの順でメモリに格納する．

図 2

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
（切り離さないこと）

第5問

図1に示すように，長さ h，質量 m，重心まわりの慣性モーメント I の細長い2つの剛体 R_1，R_2 で構成された振り子を考える．回転関節 A_1 は天井と剛体 R_1 の一端を，回転関節 A_2 は剛体 R_1 の他端と剛体 R_2 の一端を接続している．関節 A_i の中心から剛体 R_i の重心位置までの距離を h_i，剛体 R_i と鉛直線のなす角度を θ_i とする $(i=1,2)$．振り子は2次元鉛直面内を運動するものとし，関節の摩擦および空気抵抗は無視する．重力加速度を g として，以下の問いに答えよ．

(1) 剛体 R_1 と剛体 R_2 のなす角度が常に0（つまり $\theta_2=\theta_1$）となるように関節 A_2 の回転運動を固定した．このとき，関節 A_1 まわりにおける振り子の慣性モーメント J を求めよ．

(2) 問い(1)の振り子を $\theta_1=\gamma$ の角度まで持ち上げて静かに離した．このとき，振り子の先端（自由端）の速度の最大値を求めよ．必要ならば J を用いてもよい．

関節 A_1，A_2 にそれぞれ回転モーターを取り付けてトルクが発生できるようにした．ただし，モーターの質量と慣性モーメントは無視できるものとする．

(3) (a) 振り子が $\theta_1=\alpha_1$，$\theta_2=\alpha_2$ の姿勢で静止しているとき，それぞれのモーターで発生しているトルクを求めよ．

(b) 図2のように，振り子の姿勢を問い(3)-(a)の静止状態から $\theta_1=\alpha_1$ を一定にして $\theta_2=\beta_2$ へ変化させた後，$\theta_2=\beta_2$ を一定にして $\theta_1=\beta_1$ へ変化させた．このとき，経路全体でモーターのおこなう仕事と振り子の位置エネルギー変化を求め，それらが一致することを示せ．ただし，振り子の移動は準静的過程であるとする．

(4) 振り子が $\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_1}{\mathrm{d}t^2}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_2}{\mathrm{d}t^2}=0$ の運動をしているとき，それぞれのモーターで発生しているトルクを $\theta_1,\theta_2,\dfrac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t},\dfrac{\mathrm{d}\theta_2}{\mathrm{d}t}$ の関数として求めよ．

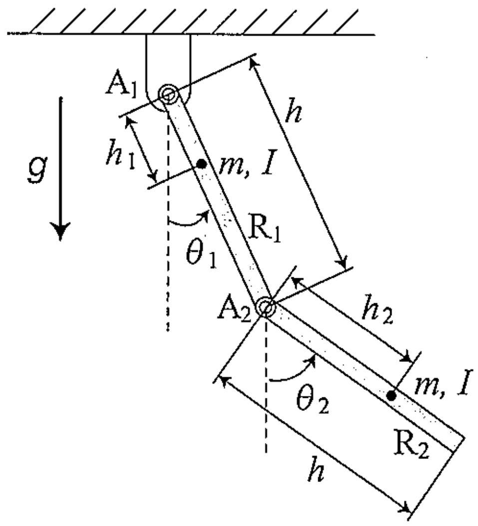
A$_1$
h
g
h_1
m, I
R$_1$
θ_1
A$_2$
h_2
m, I
θ_2
R$_2$
h

図 1

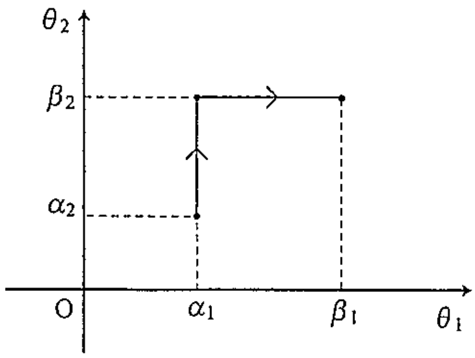
θ_2
β_2
α_2
O
α_1
β_1
θ_1

図 2

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
(切り離さないこと)