電子情報学専攻 専門

2022 年 8 月 22 日(月) 10 時 00 分〜12 時 30 分実施

問題数 5 題（このうち 3 題を選択して解答すること）

注意

1. 指示があるまで，この問題を開いてはならない。

2. この問題冊子の本文は表紙・空白ページを除き全部で 7 頁ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明なものがあれば申し出ること。

3. 3 題を選択して解答せよ。5 題中どの 3 題を選択してもよい。1 枚の解答用紙に 1 つの問題の解答を書くこと。必要があれば裏面を使用してよい。

4. 解答用紙上部左側に解答した問題の番号を書くこと。また解答用紙上部右側の記入欄に受験番号を必ず記入すること。答案の提出前に，これらを記入したかを必ず確認すること。

5. 答案は必ず 3 題分を提出すること。解答した問題が 3 題未満であっても 3 題のそれぞれについて問題番号と受験番号を記入した解答用紙を提出のこと。

6. 解答は日本語または英語で記述すること。

7. この問題冊子と計算用紙は，試験終了後回収する。持ち帰ってはならない。

第1問

図 1，図 2 に示すような，抵抗 (抵抗値 R，R_1，R_2)，コンデンサ (キャパシタンス C，C_1，C_2)，コイル (インダクタンス L)，理想演算増幅器 (入力インピーダンス ∞，出力インピーダンス 0，増幅率 ∞) からなる 2 つの回路を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 図 1 に示す回路は四端子回路網として，信号の伝達を

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

のように F 行列を用いて表すことができる．図 1 中 (a)〜(c) それぞれのブロックに対応する F 行列をラプラス演算子 s を用いて書け．電圧，電流は図 1 に示した向きに対応する．

(2) (1) の結果を元に図 1 の回路全体の F 行列を求め，電圧の伝達関数 $H_1(s) = V_2(s)/V_1(s)$ を求めよ．

(3) 図 2 に示す伝送回路の伝達関数 $H_2(s) = V_2(s)/V_1(s)$ を求めよ．導出過程も明記すること．

(4) 図 1 と図 2 の回路は，電圧の振幅に関して同じ特性を持つフィルタとして機能し得る．キャパシタンスと抵抗値の比率をそれぞれ $C_2/C_1 = \alpha$，$R_2/R_1 = \beta$ とした時，図 2 の回路が図 1 の回路と同じ特性を示すための必要条件として α と β に求められる関係性を示せ．

(5) (4) の条件が成り立ち，さらに $C = C_1$ であると仮定する．図 1 の回路が図 2 の回路と同じ電圧振幅特性を示す場合の L および R の値を R_1，R_2，C_1，C_2 を用いて表せ．

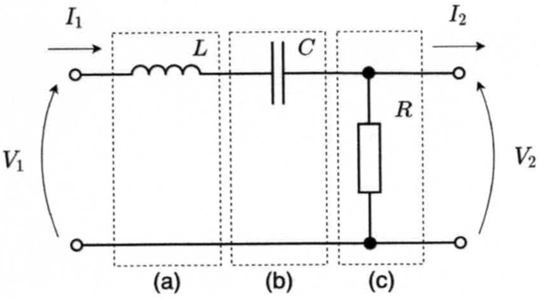


図 1

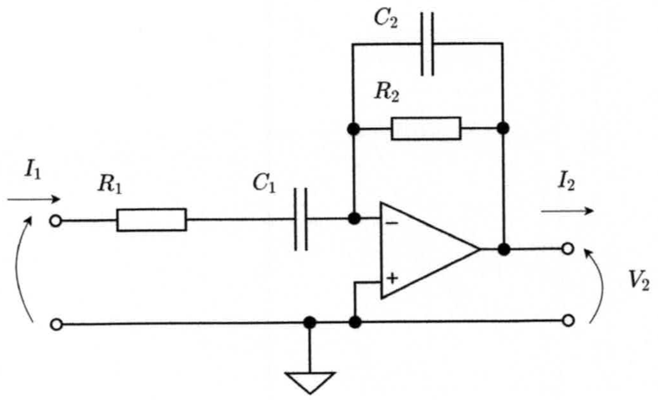


図 2

第2問

4ビットの符号付き整数 $A(A_{3:0})$ と3ビットの符号付き整数 $B(B_{2:0})$ を加算して4ビットの符号付き整数 $Y(Y_{3:0})$ を出力する回路を設計する．符号つき整数の表現には2の補数を用いる．A_3，B_2，Y_3 を MSB (Most Significant Bit) とする．以下の問いに答えよ．

(1) A と B の取りうる値の範囲を10進数表記で示せ．

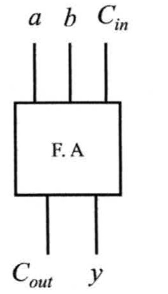
(2) 下図左側に示す1ビット全加算器の真理値表を示せ．a，b をオペランド，C_{in} を桁上げ入力，y を出力，C_{out} を桁上げ出力とする．

(3) $Y = A + B$ を計算する回路を，(2) の全加算器の記号を組み合わせて示せ．入出力の信号線も示すこと．必要に応じて，電源電圧 $\mathrm{V_{DD}}$ とグランド GND を用いてよい．

(4) (3) の回路にオーバフロー検出機能を追加する．追加回路は1ビット信号 D を出力とし，オーバフローが発生したときに $D = 1$，そうでない場合は $D = 0$ とする．D を出力とする回路の真理値表を，必要な信号を組み合わせて示せ．また，D を生成する回路を $A_{3:0}$，$B_{2:0}$，$Y_{3:0}$，下図右側に示す AND，OR，NOT ゲートの中から必要なものを組み合わせて示せ．ゲートの個数，入力数は増やしてよいが，簡潔な回路とせよ．

(5) A と B の加算の代わりに $Y = A - B$ を計算する回路を設計する．このときの回路を全加算器，AND，OR，NOT ゲートを組み合わせて示せ．(3) と同様に，入出力の信号線も示すこと．必要に応じて $\mathrm{V_{DD}}$ と GND を用いてよい．

(6) (5) の回路に (4) と同様にオーバフロー検出機能を追加する．追加回路は1ビット信号 D を出力とし，オーバフローが発生したときに $D = 1$，そうでない場合は $D = 0$ とする．D を出力とする回路の真理値表を必要な信号を組み合わせて示せ．また，D を生成する回路を $A_{3:0}$，$B_{2:0}$，$Y_{3:0}$，下図右側に示す AND，OR，NOT ゲートの中から必要なものを組み合わせて示せ．ゲートの個数，入力数は増やしてよいが，簡潔な回路とせよ．



FULL ADDER

AND OR NOT

第3問

図1の重み付き有向グラフ G_1 は, 物流拠点を頂点, 輸送可能な拠点間を辺とする物流ネットワークを表す. この物流ネットワークにおいて, 出発地 s から目的地 t までの最大フロー, つまり輸送可能な最大物資量を求める手法を考える. 各辺は非負整数の容量を持ち, 容量を越える物資を運ぶことはできない. また, 各辺で輸送する物資量をフローと呼ぶ. 以下の問いに答えよ.

(1) 最大フローを求める手法として, 残余グラフと呼ばれるグラフを用いて, 各辺のフローを増加させていき, 出発地から目的地まで輸送可能な経路 (増加可能経路と呼ぶ) が見つからなくなるまで反復的に探索する手法が知られている. なお, 増加可能経路は非負整数のフローを持つ辺からなる. この手法を実現するアルゴリズムのソースコードの一部を Algorithm 1 に示す. アルゴリズム中の関数 $MaxFlow$ の (A) を埋めよ.

(2) Algorithm 1 に示されるアルゴリズムを用いて, 図1の物流ネットワーク G_1 の最大フローを求めよ.

(3) Algorithm 1 に示されるアルゴリズムの時間計算量を求め, その理由を述べよ. 時間計算量の解析においては, 重み付き有向グラフ G が与えられたとき, そのグラフの頂点数 $|V|$, 辺数 $|E|$, 最大フロー max_flow を用いること.

(4) 二部グラフの最大マッチングを考える. 無向グラフ $G = (V, E)$ において, 頂点集合 V が 2 つの独立部分集合 X と Y に分割され, 辺集合 E のどの辺も, 一方の端点は X に, もう一方の端点は Y に属しているとき, G を二部グラフという. また, グラフ G において, M が E の部分集合で, かつ M のどの 2 辺も共通の端点をもたないとき, M を G の二部マッチングと呼ぶ. 二部グラフにおける最大マッチングとは, 辺の本数が最大である二部マッチングを指す.

  (a) 二部グラフに対する最大マッチングを求める問題を最大フロー問題として捉えたとき, 二部グラフを拡張する必要がある. 拡張するグラフの構造を頂点, 辺, 容量と共に図示せよ.

  (b) 図2に示す二部グラフ G_2 の最大マッチング数及びマッチングの一例を示せ.

(5) 最大フロー問題が役に立つ現実の問題を一つあげ, その理由を簡潔に説明せよ.

Algorithm 1

```
// A variable "graph" : a transportation network
// A variable "N" : the number of vertices in the graph
// A variable "s" : a vertex identifier for the origin
// A variable "t" : a vertex identifier for the destination
int MaxFlow(int graph[][], int N, int s, int t) {
    int u, v;

    // Initialize a residual graph "rGraph" with edge
    // capacities of a given transportation network
    int rGraph[][] = new int[N][N];

    for (u = 0; u < N; u++)
        for (v = 0; v < N; v++)
            rGraph[u][v] = graph[u][v];

    // A parent variable is an array where each element index represents
    // a vertex identifier and stores the parent vertex identifier of the vertex
    int parent[] = new int[N];
    int max_flow = 0;

    while (true) {
        // Search an augmenting path in a residual graph with depth
        // first search and store the found path into the "parent" variable.
        // If all the vertices are found, exit this while loop.
        if(DepthFirstSearch(rGraph, s, t, parent) == false) break;

        // Firstly set the minimum flow in the augmenting path
        // to the maximum value of an integer
        int path_flow = Integer.MAX_VALUE;

        for (v = t; v != s; v = parent[v]) {
            u = parent[v];
            path_flow = Math.min(path_flow, rGraph[u][v]);
        }

        // Update flows of all the edges on an augmenting path
        // and their inverse edge in a residual graph
        for (v = t; v != s; v = parent[v]) {
            u = parent[v];
            rGraph[u][v] -= path_flow;
            rGraph[v][u] += (A) ;
        }

        // Update a maximum flow
        max_flow += path_flow;
    }

    return max_flow;
}
```

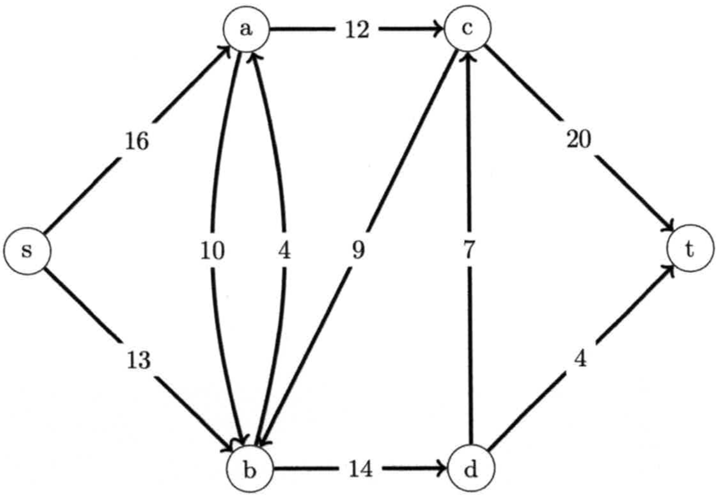


図 1

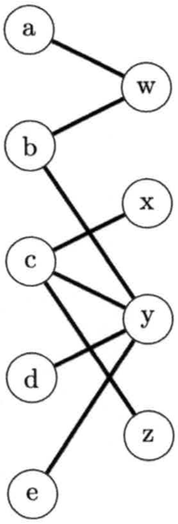


図 2

第4問

コンピュータネットワークの経路制御について以下の問いに答えよ．

(1) フラッディングは単純な経路制御方法である．フラッディングはどのように経路制御を行うか簡潔に説明せよ．また，フラッディングを使うことの利点を1つ挙げよ．

(2) 距離ベクトル経路制御において，ルーターはその隣接ルーターとどのような情報を交換するか簡潔に説明せよ．

(3) 距離ベクトル経路制御について，(a) 送信元から各送信先への最短経路を求めるための代表的なアルゴリズムの名称，(b) インターネットのゲートウェイ内経路制御に使われている代表的なプロトコルの名称，を答えよ．

(4) BGP (Border Gateway Protocol) は距離ベクトル経路制御のプロトコルである．BGP はインターネットのゲートウェイ外経路制御プロトコルとして広く使われている．BGP について，ゲートウェイ内で用いられる距離ベクトル経路制御プロトコルと異なる主な点について説明せよ．

(5) 距離ベクトル経路制御における無限カウント問題について簡潔に説明せよ．

(6) V 個のルーターと E 本の回線でネットワークが構成されているとする．リンク状態経路制御について，(a) 送信元から各送信先への最短経路を求めるための代表的なアルゴリズムの名称，(b) そのアルゴリズムの時間計算量，を答えよ．

(7) (6) と同様のネットワークで，リンク状態経路制御においてすべてのリンク状態を更新することを考える．(a) メッセージの総数の複雑性，(b) メッセージの総量の複雑性，をそれぞれ答えよ．

(8) OSPF (Open Shortest Path First) はリンク状態経路制御の一種である．OSPF プロトコルはインターネットのゲートウェイ内経路制御に広く使われている．OSPF の自律システムにおける領域について説明せよ．また，なぜ領域が必要か説明せよ．

第5問

離散信号処理に関する以下の問いに答えよ．

(1) z を複素変数として，$n \geq 0$ で定義された離散信号系列 x_n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ の $\mathcal{Z}$ 変換 $X(z)$ の定義を示せ．

(2) この定義に基づき，等比数列 $x_n = p^n$ の $\mathcal{Z}$ 変換を求めよ．ただし，p は実数である．

(3) 下図に示す離散時間システムのゼロ状態応答を考える．ここで，a, b, c は実数である．システムの入力 x_n と出力 y_n の $\mathcal{Z}$ 変換をそれぞれ $X(z)$，$Y(z)$ としたとき，$X(z)$ と $Y(z)$ をシステムの内部状態変数 q_n の $\mathcal{Z}$ 変換 $Q(z)$ を用いて表せ．

(4) 本システムの伝達関数 $H(z)$ を求めよ．

(5) 次に，伝達関数 $H(z)$ を用いてシステムの周波数応答を求める．入力として，複素指数関数 $x(t) = e^{j\omega t}$ $(t \geq 0)$ をサンプリング間隔 T でサンプルした数列 $x_n = e^{jn\omega T}$ を考える．$Y(z)$ を求めた上で，出力 y_n を導け．