

2025年度夏入試 / 2025 Summer Entrance Examination

東京大学情報理工学系研究科

創造情報学専攻

創造情報学

Department of Creative
Informatics

Graduate School of Information
Science and Technology
The University of Tokyo

Creative Informatics

注意事項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと.
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入すること.
3. 3問全てに, 日本語ないし英語で回答すること.
4. 解答用紙は3枚配られる. 1問ごとに必ず1枚の解答用紙を使用すること.
解答用紙のおもて面に書ききれないときには, うら面にわたってもよい.
5. 解答用紙の指定された箇所に, 受験番号および問題番号を忘れずに記入すること.
6. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.

INSTRUCTIONS

1. Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
2. Write your examinee's number below on this cover page.
3. Answer all three problems in Japanese or English.
4. Three answer sheets are given. Use a separate answer sheet for each problem. You may write on the back of the answer sheet.
5. Write your examinee's number and the problem number inside the top blanks of each sheet.
6. Do not bring the answer sheet or this booklet out of this room.

受験番号 / Examinee's number _____

このページは空白.

This page is blank.

このページは空白.
This page is blank.

第1問

N 個の Web ページがある。ある Web ページに時刻 t ($t \geq 0$) にいるユーザは、時刻 $t+1$ に、そのページからリンクが張られているページのいずれかに等確率で移動する。リンク先がない場合は、時刻 t と同じページに留まるものとする。ユーザが時刻 t に n 番目のページにいる確率を $p_n^{(t)}$ ($1 \leq n \leq N$) とし、これらをまとめたベクトルを $\mathbf{p}^{(t)} = (p_1^{(t)} \ p_2^{(t)} \ \dots \ p_N^{(t)})^T$ とする。

まず、表 1 に示す $N=3$ の場合を考える。表 1 のような 3 つの Web ページがある時、ユーザの状態を表す状態遷移図は図 1 のグラフのように表される。図 1 のグラフのノードが表 1 の各ページに一对一に対応し、エッジが時刻 t から時刻 $t+1$ の間のページ遷移を表す。また、エッジに付記された値はその遷移が発生する確率を示す。なお、リンク先がなく同じページに留まる場合は、時刻 t と同じページに遷移していると解釈する。

表 1.

	ページ1	ページ2	ページ3
リンク先	ページ2	ページ1, 3	なし

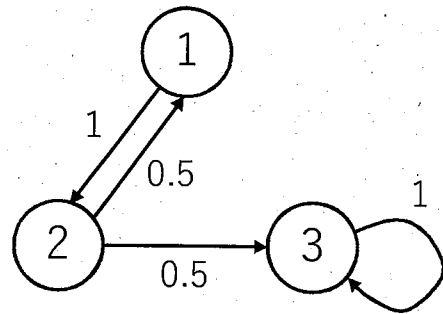


図 1

次の問いに答えよ。

- (1) $\mathbf{p}^{(0)} = (1 \ 0 \ 0)^T$ とする。 $\mathbf{p}^{(1)}, \mathbf{p}^{(2)}$ を求めよ。
- (2) t を用いて $p_1^{(t)}, p_2^{(t)}$ を表せ。 $\mathbf{p}^{(0)}$ は問い(1)と同様である。
- (3) $t \rightarrow \infty$ の時の $\mathbf{p}^{(t)}$ を求めよ。 $\mathbf{p}^{(0)}$ は問い(1)と同様である。

次に、時刻 t から時刻 $t+1$ へのページの移動において、一定の確率 $\alpha > 0$ で発生する“ジャンプ”と呼ぶ操作を導入する。ジャンプが発生した場合、ユーザは N 個のページのいずれか（現在のページも含む）へ等確率で移動する。ジャンプが発生しない場合は、これまで通りリンクが張られているページのいずれかに等確率で移動する（リンク先がない場合は現在のページに留まる）。

- (4) 表 1 の状況にジャンプを導入し、 $\alpha = 1/3$ とする。この時の状態遷移図を描け。また、以下の式を満たす遷移確率行列 A を求めよ。

$$\mathbf{p}^{(t+1)} = A\mathbf{p}^{(t)}$$

- (5) $\mathbf{p}^{(t+1)} = \mathbf{p}^{(t)} (= \mathbf{p})$ となる時、この \mathbf{p} を定常分布と呼ぶ。問い(4)の場合の定常分布を求めよ。

最後に、ジャンプ操作が導入されている一般的な場合の遷移確率行列 R と定常分布を考える。なお、以下の問題の解答にあたっては次に示すペロン・フロベニウスの定理を用いてよい。

正の行列に対するペロン・フロベニウスの定理

正の正方行列は、以下を満たす正の固有値 k を持つ。なお、正の行列とは要素が全て正の実数である行列である。

- (i) k 以外の任意の固有値 λ の絶対値に対して、 $|\lambda| < k$ が成立する。
- (ii) 固有値 k は単根（重複度が 1）であり、固有値 k に属する正の固有ベクトルが存在する。なお、正のベクトルとは要素が全て正の実数であるベクトルである。
- (iii) k 以外の固有値に属する正の固有ベクトルは存在しない。

- (6) R の転置行列 R^T は固有値 1 を持ち、これが絶対値最大の固有値であることを示せ。
- (7) 定常分布が一意に存在することを示せ。なお、一般に正方行列とその転置行列の固有値が一致することは既知としてよい。
- (8) 式 $\mathbf{p}^{(t+1)} = R\mathbf{p}^{(t)}$ に従い $\mathbf{p}^{(t)}$ を繰り返し求めると、 $t \rightarrow \infty$ の時、初期の確率分布 $\mathbf{p}^{(0)}$ に関わらず、 $\mathbf{p}^{(t)}$ は定常分布に収束することを示せ。 $\mathbf{p}^{(0)}$ は固有ベクトルの線形結合により $\mathbf{p}^{(0)} = \sum_{i=1}^N c_i \mathbf{x}_i$ と表せるものとしてよい。ここで、 \mathbf{x}_i は R の i 番目の固有ベクトルであり、 c_i はその係数である。

第2問

図1のように接続された送信者Sと受信者Rとの間でパケット通信によりデータを伝送する。片道の伝搬遅延 d_{prop} が250 ms、帯域幅 B が200 kbpsとする。パケットロスについては考慮せず、パケットは伝送の途中で分割されないものとする。通信は全二重通信となっている。なお、接頭辞 k は 10^3 を表すものとする。

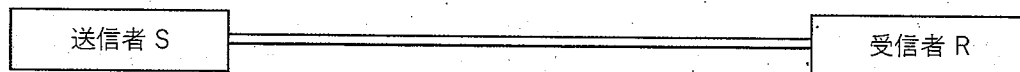


図1 ネットワーク構造1

以下の問いに答えよ。

- (1) パケットサイズを1500バイトとする。Sがパケットを1つ送り出し始めてから、Rがそのパケットを完全に受信するまでにかかる時間を求めよ。なお、パケットの全てのビットを伝送路に送り出すのに掛かる時間は**伝送遅延**と呼ばれており、この問いで求める時間は伝送遅延と片道の伝搬遅延との和である。
- (2) パケットサイズを1500バイトとする。Rがパケットを1つ受信完了するたびに、RからSに向けて受信確認パケットを送信し、Sはそれを受信した直後に次のパケットを送信するという通信方式を考える。受信確認パケットは十分に小さく、その伝送遅延は無視できる。このときの実効速度を求めよ。解答の単位はkbpsとし、小数点以下第2位を四捨五入して記せ。なお**実効速度**とは、送信したデータ量を、Sが最初のパケットを送り始めてから最後のパケットの受信確認パケットを受信するまでの時間で割った値である。
- (3) 帯域幅に対する実効速度の割合を**回線利用率**と定義する。パケットサイズを大きくすることで回線利用率を上げることを考える。回線利用率が20%以上となる最小のパケットサイズ P を求めよ。また、回線利用率をパケットサイズ P を使った式で示せ。なお P の単位はバイトとする。

パケットのサイズを固定したまま通信の効率を高めるために、次のような通信方式を採用する。送信者Sは ω 個のパケットを連続的に送信し、 ω 個送り出した時点で1番目のパケットに対する確認パケットがSに届いているか確認する。もし届いていれば、Sは次のパ

(次ページへ続く)

ケットを送信する。まだ届いていない場合は、 S は確認パケットが届くのを待ち、届いた直後に次のパケットを送信する。以降のパケットについても同様に処理する。

(4) この方式での通信が帯域幅を使い切るような最小の ω を求めよ。ただしパケットのサイズを 1500 バイトとする。また、この時の通信をシーケンス図で示せ。なお、「帯域幅を使い切る」とは、全てのパケットの送信が終わるまで S が常にパケットを伝送路へ送り出している状況を示す。

(5) この方式での通信が帯域幅を使い切るような最小の ω を、片道の伝搬遅延 d_{prop} ms、帯域幅 B kbps、パケットサイズ P バイトを使った式として表せ。なお、実数 x に対して x 以上の最小の整数は $\lceil x \rceil$ と表記する。

図 2 に示すような、パケット通信によってデータを伝送するネットワークを考える。サーバには 4×10^5 バイトのファイルが置かれ、クライアントはそのファイルをネットワークを経由して取得する。まず最初にクライアントからファイルを要求するパケットがサーバに対して送られ、サーバでは要求を受信した後にファイルをクライアントに送信する。なお、サーバとクライアント間の通信は全二重通信である。また、サーバと各クライアントは専用の通信路で接続されており、帯域幅は他の通信路から影響を受けない。ファイル要求パケットは十分小さく、その伝送遅延は考えなくてよい。

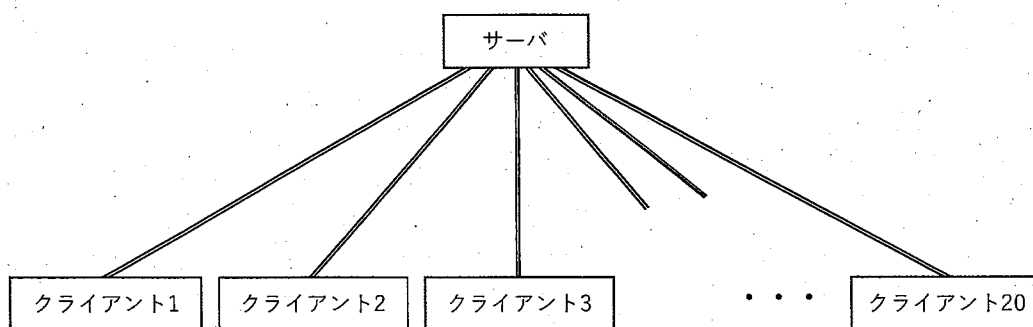


図 2 ネットワーク構造 2

以下の問いに答えよ。なお、時刻 t とはクライアント 1 がファイル要求パケットを送信した時刻からの経過時間である。

(次ページへ続く)

- (6) サーバは、一度にひとつのファイル要求パケットしか処理できないものとする。サーバはクライアントからファイル要求パケットをひとつ受信すると、そのクライアントに対してファイルを送信する。サーバにおいてファイル要求パケットの処理の開始からファイルの送信開始までは 5 ms かかり、ファイルの送信を完了するとそのファイル要求パケットの処理を完了することとする。サーバがファイル要求パケットを処理している間に別のクライアントから新しいファイル要求パケットが届いたときは、その新しいファイル要求パケットはキューに溜められる。現在のファイル要求パケットの処理が終わった直後にキューの先頭にあるファイル要求パケットに対する処理をはじめ。各クライアントは、表 1 に示す時刻にサーバにファイル要求パケットを送信する。各クライアントが接続されたネットワークの構成は表 1 の通りである。この時、クライアント 1, 2, 3 がファイルの受信を完了する時刻をそれぞれ答えよ。

表 1 各クライアントのファイル要求時刻とネットワークの構成

	ファイル要求時刻	クライアント・サーバ間の伝搬遅延 (片道)	帯域幅
クライアント 1	$t = 0$ ms	50 ms	500 kbps
クライアント 2	$t = 30$ ms	110 ms	250 kbps
クライアント 3	$t = 50$ ms	60 ms	800 kbps

ここからはサーバを改良し、マルチスレッドによって複数のクライアントのファイル要求パケットの処理を同時に処理できるようにする。サーバではクライアントからファイル要求がある度にスレッドを起動し、起動後はひとつのスレッドがひとつのクライアントへのファイル送信に専念する。ファイル要求パケットの処理の開始から、スレッドを起動してファイル送信を開始するまでに 15 ms かかることとする。スレッドは、ファイルの送信を終えると即座に終了する。

- (7) サーバでは十分な数のスレッドが互いに干渉せず動作できるとする。各クライアントが接続されたネットワークの構成は表 1 の通りである。クライアント 1, 2, 3 がファイルの受信を完了する時刻をそれぞれ答えよ。
- (8) 表 2 に示す同一の構成でサーバに接続されている、20 個のクライアントがあるとする。クライアント 1、クライアント 2、…、クライアント 20 がこの順番で 10 ms 間隔でファイル要求を行うとする。

(次ページへ続く)

表2 クライアントのネットワークの構成

クライアント・サーバ間の 伝搬遅延 (片道)	帯域幅
50 ms	500 kbps

サーバにおいて同時に動作できるファイル送信用スレッド数の上限が 12 であるとする。ファイル要求パケットが届いたが既に 12 のスレッドが動作していて新しいスレッドを起動できないときは、そのファイル要求パケットはキューに溜められる。いずれかのスレッドが終了すると、ただちにキューの先頭にあるファイル要求パケットの処理が始められる。そのとき、サーバがクライアント 20 からのファイル要求パケットの処理をはじめる時刻と、クライアント 20 がファイル受信を完了する時刻を答えよ。

第3問

以下に示す情報システムに関する8項目から4項目を選択し、各項目を4～8行程度で説明せよ。必要に応じて例や図、数式を用いてよい。

- (1) 基数ソート
- (2) プログラミング言語における右辺値と左辺値
- (3) モデル検査
- (4) 準ニュートン法
- (5) ベイジアンネットワーク
- (6) マーチングキューブ法
- (7) 光学式距離センサーの種類（2つ以上）とそれらの原理
- (8) 暗号学的ハッシュ関数

このページは空白.
This page is blank.

Problem 1

Suppose that there are N web pages. A user staying at a web page at time t ($t \geq 0$) will move to one of the linked pages at time $t + 1$ with equal probability. If there are no linked pages, the user will stay at the same page as time t . Let $p_n^{(t)}$ ($1 \leq n \leq N$) denote the probability of the user staying at the n -th page at time t , and $\mathbf{p}^{(t)} = (p_1^{(t)} \ p_2^{(t)} \ \dots \ p_N^{(t)})^T$ denote the vector that summarizes them.

First, let us consider the case of $N = 3$ shown in Table 1. When there are three web pages shown in Table 1, the state transition diagram that represents a user's state is depicted as a graph in Figure 1. Each node in the graph shown in Figure 1 corresponds one-to-one to a page in Table 1, and an edge represents a transition between the pages from time t to time $t + 1$. The value appended to an edge shows the probability of the transition occurring. Note that when there are no linked pages and a user keeps staying at the same page, it is interpreted as a transition to the same page as time t .

Table 1

	Page 1	Page 2	Page 3
Linked Page	Page 2	Page 1, 3	None

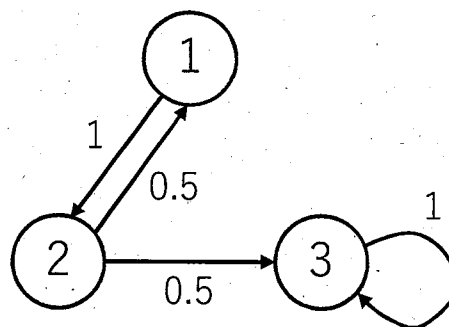


Figure 1

Answer the following questions.

- (1) Given $\mathbf{p}^{(0)} = (1 \ 0 \ 0)^T$, find $\mathbf{p}^{(1)}$ and $\mathbf{p}^{(2)}$.
- (2) Represent $p_1^{(t)}$ and $p_2^{(t)}$ using t . $\mathbf{p}^{(0)}$ is the same as in Question (1).
- (3) Find $\mathbf{p}^{(t)}$ when $t \rightarrow \infty$. $\mathbf{p}^{(0)}$ is the same as in Question (1).

Next, we introduce an operation called “jump” that occurs during a move between pages from time t to time $t + 1$ with a constant probability $\alpha > 0$. When a jump occurs, the user moves to one of N pages (including the current page) with equal probability. When a jump does not occur, the user moves to one of the linked pages with equal probability in the same manner as before (if there are no linked pages, the user will keep staying at the current page).

- (4) We introduce the jump operation into the case in Table 1. Suppose that $\alpha = 1/3$. Draw a state transition diagram for this case. Also, find the transition probability matrix A that satisfies the following equation

$$\mathbf{p}^{(t+1)} = A\mathbf{p}^{(t)}.$$

- (5) When $\mathbf{p}^{(t+1)} = \mathbf{p}^{(t)} (= \mathbf{p})$, this \mathbf{p} is called a stationary distribution. Find the stationary distribution in the case of Question (4).

Finally, we consider the transition probability matrix R and stationary distribution of a general case where the jump operation is introduced. For answering the following questions, you can use the Perron–Frobenius theorem described below.

Perron–Frobenius theorem for positive matrices

A positive square matrix has a positive eigenvalue k that satisfies the following. Here, a positive matrix is a matrix whose elements are all positive real numbers.

- (i) For the absolute value of an arbitrary eigenvalue λ other than k , $|\lambda| < k$ holds.
- (ii) The eigenvalue k is a simple root (i.e., has the multiplicity of 1), and there exists a positive eigenvector that belongs to the eigenvalue k . Here, a positive vector is a vector whose elements are all positive real numbers.
- (iii) There are no positive eigenvectors that belong to eigenvalues other than k .

- (6) Show that R^T , the transpose of R , has 1 as an eigenvalue, and that this is the eigenvalue with the largest absolute value.
- (7) Show that a stationary distribution exists uniquely. Here, you can assume the following fact as given; In general, a square matrix and its transpose have the same set of eigenvalues.
- (8) Show that, by iteratively computing $\mathbf{p}^{(t)}$ following the equation $\mathbf{p}^{(t+1)} = R\mathbf{p}^{(t)}$, regardless of the initial probability distribution $\mathbf{p}^{(0)}$, $\mathbf{p}^{(t)}$ converges to the stationary distribution when $t \rightarrow \infty$. You can assume that $\mathbf{p}^{(0)}$ can be represented as a linear combination of eigenvectors, $\mathbf{p}^{(0)} = \sum_{i=1}^N c_i \mathbf{x}_i$. Here, \mathbf{x}_i denotes the i -th eigenvector of R while c_i is its coefficient.

Problem 2

We transmit data via packet switching between sender S and receiver R connected as shown in Figure 1. Assume that one-way propagation delay d_{prop} is 250 ms and bandwidth B is 200 kbps. Ignore packet losses and assume that the packets are not fragmented during transmission. The communication is full-duplex. The prefix “k” represents 10^3 .

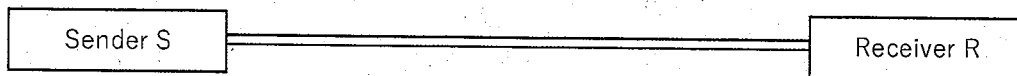


Figure 1 Network structure 1

Answer the following questions.

- (1) Assume that the packet size is 1500 bytes. Calculate the time from the moment S starts sending a packet to the moment R completely receives the packet. Note that the time required to push all the bits of a packet into the communication channel is referred to as *transmission delay*, and the time asked in this question is the sum of the transmission delay and the one-way propagation delay.
- (2) Assume that the packet size is 1500 bytes. Consider a communication method where each time R completes receiving a packet, R sends an acknowledgment packet to S, then S sends the next packet immediately after S receives the acknowledgement packet. The acknowledgment packet is small enough that we can ignore its transmission delay. Calculate the effective speed in this setting. Provide your answer in kbps and round it to one decimal place. Note that *effective speed* refers to the value obtained by dividing the transmitted data size by the time from the moment S starts sending the first packet to the moment S receives the acknowledgment packet for the last packet.
- (3) We define *line utilization* as the ratio of effective speed to bandwidth. Let's consider improving line utilization by increasing the packet size. Answer the minimum packet size P that gives line utilization of 20% or more. Additionally, express line utilization as an equation in terms of the packet size P . Note that the unit of P is bytes.

(continued on next page)

We adopt the following communication method to improve communication efficiency with a fixed packet size. Sender S continuously sends ω packets, and then checks whether the acknowledgment packet for the first packet has arrived at S at the time ω packets have been sent. If the packet has arrived, then S sends the next packet. Otherwise, S waits for the arrival of the acknowledgement packet, then S sends the next packet immediately after the arrival. Subsequent packets will be processed in the same way.

- (4) Calculate the minimum value of ω such that the communication method described above fully utilizes the bandwidth. Assume that the packet size is 1500 bytes. Also, depict the communication in this case in a sequence diagram. Note that “fully utilize the bandwidth” refers to the situation that S is always pushing packets into the communication channel until all the packets have been sent.
- (5) Express the minimum value of ω as an equation in terms of one-way propagation delay d_{prop} (in ms), bandwidth B (in kbps), and packet size P (in bytes) such that the communication method described above fully utilizes the bandwidth. Note that the smallest integer greater than or equal to a real number x is denoted by $\lceil x \rceil$.

Consider a network that transmits data via packet switching as shown in Figure 2. The server stores a file of size 4×10^5 bytes, and each client acquires the file via the network. First, a client sends a packet that requests the file to the server, and then the server sends the file to the client after receiving the request. Note that the communication between the server and a client is full-duplex. Also, the server and each client are connected by a dedicated communication channel, and therefore its bandwidth is not affected by other communication channels. The packet that requests a file is small enough that we can ignore its transmission delay.

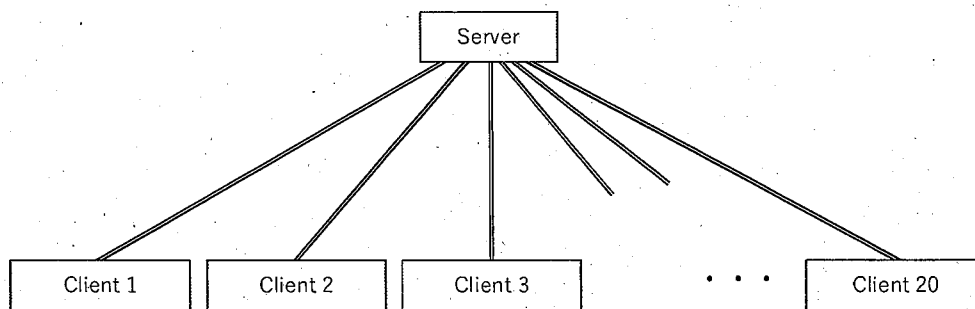


Figure 2 Network structure 2

(continued on next page)

Answer the following questions. Note that time t is the elapsed time measured from the moment Client 1 sends a file request packet.

- (6) Assume that the server can process only one file request packet at a time. When the server receives a file request packet from a client, the server sends the file to the client. Assume that it takes 5 ms from the moment when the server starts processing a file request packet to the moment it starts sending the file, and that the server completes processing the file request packet when it completes sending the file. When a new file request packet arrives from another client while the server is processing a file request packet, the new file request packet is stored in a queue. The server starts processing the file request packet at the head of the queue immediately after it completes processing the current file request packet. Each client sends a file request packet to the server at times shown in Table 1. The configuration of the network each client is connected to is shown in Table 1. Answer the time when Client 1, 2, and 3 complete receiving the file, respectively.

Table 1 File request time and network configuration of clients

	File request time	Propagation delay between a client and the server (one-way)	Bandwidth
Client 1	$t = 0$ ms	50 ms	500 kbps
Client 2	$t = 30$ ms	110 ms	250 kbps
Client 3	$t = 50$ ms	60 ms	800 kbps

From now on, we improve the server and make it possible for the server to process file request packets from multiple clients concurrently by multi-threading. The server starts a thread each time it receives a file request, and each thread is dedicated to file transmission to a client after the start. Assume that it takes 15 ms from the moment when the server starts processing a file request packet to the moment it starts sending the file after starting a thread. A thread terminates immediately after it completes sending the file.

- (7) Assume that a sufficient number of threads can run without interfering with each other on the server. The configuration of the network each client is connected to is shown in Table 1. Answer the time when Client 1, 2, and 3 complete receiving the file, respectively.

(continued on next page)

- (8) Assume that there are 20 clients connected to the server with an identical configuration as shown in Table 2. Client 1, Client 2, ..., and Client 20 request the file in this order with 10 ms intermission.

Table 2 Network configuration of clients

Propagation delay between a client and the server (one-way)	Bandwidth
50 ms	500 kbps

Assume that the maximum number of file transmission threads that can run concurrently on the server is 12. When a file request packet arrives but already 12 threads are running and the server cannot start a new thread, the file request packet is stored in a queue. When one of the threads terminates, the server immediately starts processing the file request packet at the head of the queue. Answer the time when the server starts processing the file request packet from Client 20, and the time when Client 20 completes receiving the file.

Problem 3

Select four items out of the following eight items concerning information systems, and explain each item in approximately from four to eight lines. If necessary, use examples, figures or equations.

- (1) Radix sort
- (2) L-value and R-value in programming languages
- (3) Model checking
- (4) Quasi-Newton method
- (5) Bayesian networks
- (6) Marching cubes method
- (7) Types of optical distance sensors (at least two) and their principles
- (8) Cryptographic hash function

このページは空白。
This page is blank.

このページは空白.

This page is blank.

このページは空白。
This page is blank.

