

2022年度夏入試 / 2022 Summer Entrance Examination

東京大学情報理工学系研究科

創造情報学専攻

創造情報学 1

Department of Creative  
Informatics

Graduate School of Information  
Science and Technology

The University of Tokyo

Creative Informatics 1

**注意事項**

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入すること。
3. 解答用紙のおもて面に書ききれないときには、うら面にわたってもよい。
4. 解答用紙の指定された箇所に、受験番号および問題番号を忘れずに記入すること。
5. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

**INSTRUCTIONS**

1. Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
2. Write your examinee ID number below on this cover page.
3. You may write on the back of the answer sheet.
4. Write your examinee ID number and the problem number inside the top blanks of each sheet.
5. Do not bring the answer sheet or this booklet out of this room.

受験番号 / Examinee ID \_\_\_\_\_

## 第1問

$n, r$  を正の整数とする。各  $i = 1, 2, \dots, n$  に対し、 $f_i$  は整数全体で定義された1変数実数値関数とし、負値の整数  $x_i$  について  $f_i(x_i) = -\infty$  とする。 $\sum_{i=1}^n x_i = r$  を満たす任意の非負整数解  $(x_1, \dots, x_n)$  は実行可能解と呼ばれる。さらに、目的関数  $\sum_{i=1}^n f_i(x_i)$  を最大にする実行可能解は最適解、そしてその解での目的関数値は最適値と呼ばれる。この問題は以下のように記述される。

$$(P) \quad \begin{cases} \text{最大化} & \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \\ \text{条件} & \sum_{i=1}^n x_i = r \\ & x_i \text{ は非負の整数, } i = 1, \dots, n \end{cases}$$

(1) 各  $i = 1, 2, \dots, n$ 、非負の整数  $\alpha$  に対し、関数  $d_i(\alpha) := f_i(\alpha) - f_i(\alpha - 1)$  を定義し、 $d_i(\alpha)$  は  $\alpha$  に関して非増加であると仮定する。(P) に以下の貪欲アルゴリズム  $A_G$  を適用する。

Step 0:  $i = 1, 2, \dots, n$  に対し、 $x_i \leftarrow 0$  とする。

Step 1: 以下の手順を  $r$  回繰り返す:  $i = 1, 2, \dots, n$  のなかで  $d_i(x_i + 1)$  を最大にする任意の添字  $i$  を  $\gamma$  とし、 $x_\gamma \leftarrow x_\gamma + 1$  とする。

次の問いに答えよ。

(1-1)  $r = 5, n = 3$ 、そして  $f_1, f_2, f_3$  は以下の値をとるものとする。この時、 $d_1, d_2, d_3$  は非増加であることに注意せよ。貪欲アルゴリズム  $A_G$  による解を記せ。

$\alpha$	0	1	2	3	...
$f_1(\alpha)$	0	0	-8	-24	...
$f_2(\alpha)$	-2	1	-14	-40	...
$f_3(\alpha)$	0	-3	-12	-22	...

(1-2)  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  を実行可能解とする。これが (P) の最適解であることと、以下の条件を満たすことが同値であることを示せ。

$$\max_{i=1,2,\dots,n} d_i(x_i^* + 1) \leq \min_{i=1,2,\dots,n} d_i(x_i^*)$$

(1-3) 貪欲アルゴリズム  $A_G$  が (P) の最適解を出力することを示せ。

(2) (1) の非増加性の仮定が成り立たない場合には、貪欲アルゴリズム  $A_G$  は  $(P)$  の最適解を出力するとは限らない。そこで、動的計画法を適用するために、 $(P)$  の  $n$  と  $r$  をそれぞれ  $N \in \{1, 2, \dots, n\}$  と  $R \in \{0, 1, \dots, r\}$  に置き換えた次の問題  $(P_N^R)$  を考える。

$$(P_N^R) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{最大化} \quad \sum_{i=1}^N f_i(x_i) \\ \text{条件} \quad \sum_{i=1}^N x_i = R \\ x_i \text{ は非負の整数, } i = 1, \dots, N \end{array} \right.$$

この問題の最適値を  $g_N(R)$  と記す。次の問いに答えよ。

- (2-1)  $N \geq 2$  の時、任意の非負整数  $c$  に対する  $g_{N-1}(c)$  と  $f_N(c)$  のみを用いて、 $g_N(R)$  を表せ。
- (2-2)  $(P)$  の最適値  $g_n(r)$  を出力するための、動的計画法アルゴリズムの疑似コードを 15 行以内で書け。以降、このアルゴリズムを  $A_D$  と呼ぶ。
- (2-3) 動的計画法アルゴリズム  $A_D$  により  $(P)$  の最適値が得られることを示せ。
- (2-4) 動的計画法アルゴリズム  $A_D$  の計算量と貪欲アルゴリズム  $A_G$  の計算量を答えよ。ただし、 $f_1, \dots, f_n$  の計算の手間を無視せよ。

## Problem 1

Let  $n$  and  $r$  be positive integers. For  $i = 1, 2, \dots, n$ , let  $f_i$  be a univariate real-valued function defined in the integer domain and let  $f_i(x_i)$  be  $-\infty$  for negative integer  $x_i$ . Any non-negative integer solution  $(x_1, \dots, x_n)$  that satisfies  $\sum_{i=1}^n x_i = r$  is called a feasible solution. In addition, a feasible solution that maximizes the objective function  $\sum_{i=1}^n f_i(x_i)$  is called an optimal solution and the objective function value at the solution is called the optimal value. This problem is expressed as follows.

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Maximize} & \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \\ \text{subject to} & \sum_{i=1}^n x_i = r \\ & x_i \text{ is a non-negative integer, } i = 1, \dots, n \end{cases}$$

(1) For  $i = 1, 2, \dots, n$  and non-negative integer  $\alpha$ , define the function  $d_i(\alpha) := f_i(\alpha) - f_i(\alpha - 1)$  and assume that  $d_i(\alpha)$  is non-increasing in terms of  $\alpha$ . Apply the following greedy algorithm  $\mathcal{A}_G$  to (P).

Step 0: For  $i = 1, 2, \dots, n$ , set  $x_i \leftarrow 0$ .

Step 1: Repeat the following procedure for  $r$  times: Let  $\gamma$  be any index  $i$  that maximizes  $d_i(x_i + 1)$  among  $i = 1, 2, \dots, n$ , and set  $x_\gamma \leftarrow x_\gamma + 1$ .

Answer the following questions.

(1-1) Let  $r = 5, n = 3$ , and let  $f_1, f_2, f_3$  take the following values. Notice that  $d_1, d_2, d_3$  are non-increasing. Answer the solution obtained by the greedy algorithm  $\mathcal{A}_G$ .

$\alpha$	0	1	2	3	...
$f_1(\alpha)$	0	0	-8	-24	...
$f_2(\alpha)$	-2	1	-14	-40	...
$f_3(\alpha)$	0	-3	-12	-22	...

(1-2) Let  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  be a feasible solution. Show that it is an optimal solution of (P) if and only if the following condition holds.

$$\max_{i=1,2,\dots,n} d_i(x_i^* + 1) \leq \min_{i=1,2,\dots,n} d_i(x_i^*)$$

(1-3) Show that the greedy algorithm  $\mathcal{A}_G$  outputs an optimal solution of (P).

(2) Unless the non-increasing assumption of (1) holds, the greedy algorithm  $\mathcal{A}_G$  does not always output an optimal solution of  $(P)$ . To apply dynamic programming, we consider the following problem  $(P_N^R)$  in which  $n$  and  $r$  in  $(P)$  are replaced with  $N \in \{1, 2, \dots, n\}$  and  $R \in \{0, 1, \dots, r\}$ , respectively.

$$(P_N^R) \left\{ \begin{array}{l} \text{Maximize} \\ \text{subject to} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N f_i(x_i) \\ \sum_{i=1}^N x_i = R \\ x_i \text{ is a non-negative integer, } i = 1, \dots, N \end{array}$$

The optimal value of the problem is denoted by  $g_N(R)$ . Answer the following questions.

- (2-1) Express  $g_N(R)$  only with  $g_{N-1}(c)$  and  $f_N(c)$  for any non-negative integer  $c$  in the case of  $N \geq 2$ .
- (2-2) Write a pseudo-code of a dynamic programming algorithm within 15 lines to output the optimal value  $g_n(r)$  of  $(P)$ . Hereafter, this algorithm is called  $\mathcal{A}_D$ .
- (2-3) Show that the optimal value of  $(P)$  is obtained by the dynamic programming algorithm  $\mathcal{A}_D$ .
- (2-4) Answer the computational complexity of the dynamic programming algorithm  $\mathcal{A}_D$  and the computational complexity of the greedy algorithm  $\mathcal{A}_G$ . Ignore the computational cost of calculating  $f_1, \dots, f_n$ .

2022年度夏入試 / 2022 Summer Entrance Examination

東京大学情報理工学系研究科

創造情報学専攻

創造情報学 2

Department of Creative  
Informatics

Graduate School of Information  
Science and Technology  
The University of Tokyo

Creative Informatics 2

**注意事項**

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入すること。
3. 解答用紙のおもて面に書ききれないときには、うら面にわたってもよい。
4. 解答用紙の指定された箇所に、受験番号および問題番号を忘れずに記入すること。
5. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

**INSTRUCTIONS**

1. Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
2. Write your examinee ID number below on this cover page.
3. You may write on the back of the answer sheet.
4. Write your examinee ID number and the problem number inside the top blanks of each sheet.
5. Do not bring the answer sheet or this booklet out of this room.

受験番号 / Examinee ID \_\_\_\_\_

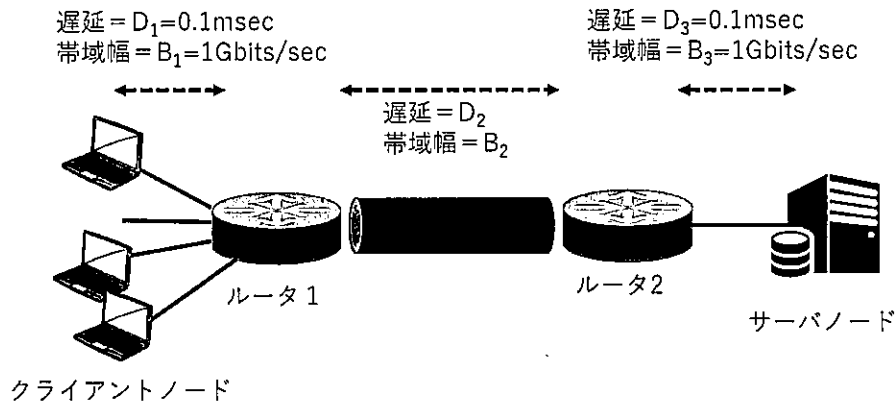
このページは空白。  
This page is blank.

このページは空白。  
This page is blank.



## 第2問

図に示したコンピュータ間でのパケット転送を考える。



図

まず、クライアントノードからサーバノードへの非常に大きなファイルのアップロードを行う。パケットは途中の通信路およびルータで廃棄されない。サーバノードは、クライアントノードから送信される受信パケット内のデータにビット誤りがあるかどうかの確認を行う。受信パケット内のデータの中に1ビット以上のビット誤りが発生する確率を $\alpha$  ( $0 \leq \alpha < 1$ )とする。また、宛先アドレス部のビット誤りは発生しないものとする。

誤りのないファイル転送を実現するために、サーバノードは、クライアントノードが送信したパケット内のビット誤りの検出結果を示したACK(Acknowledgement)パケットを、各パケットの受信ごとにクライアントノードに送信するものとする。なお、ACKパケットのデータ部にはビット誤りは発生しないものとする。受信したACKパケットがパケット内のビット誤りがないことを示していた場合には、次のパケットがACKパケットの受信後ただちにサーバノードに送信される。一方、受信したACKパケットがパケット内のビット誤りがあることを示していた場合には、クライアントノードはACKパケットの受信後ただちに正確には受信されなかったパケットを再送する。なお、クライアントノードからサーバノードに転送されるパケットの大きさは $m_1$  [bits]、ACKパケットの大きさは $m_2$  [bits]であり、ルータにおけるパケットの蓄積遅延はゼロとする。これを方式1とする。また、以下の計算では、有効桁数は3桁として計算せよ。

- (1) クライアントノードからサーバノードへのパケット内のデータにビット誤りが発生するかどうかには関係なく、クライアントノードがパケットの転送を開始しサーバノードからの対応するACKパケットを受け取るまでの転送時間を数式で示せ。さらに、クライアントノードからサーバノードへの誤りのないパケットの転送が $n$ 回目( $n \geq 1$ )で成功する確率を数式で示せ。

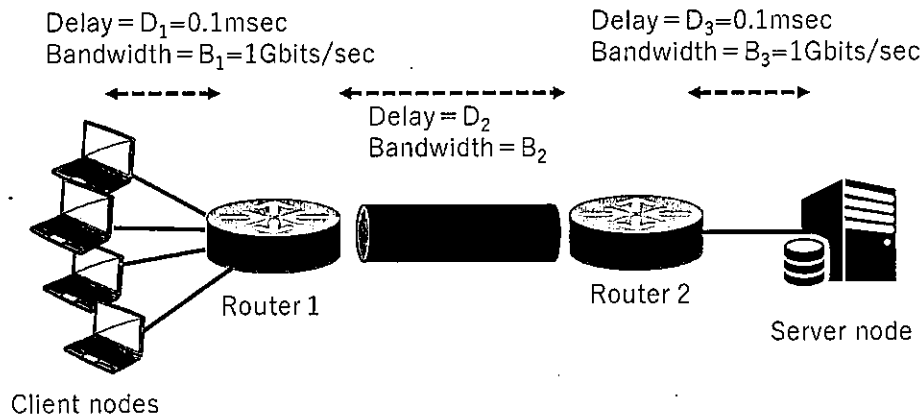
- (2) クライアントノードからサーバノードへのデータの平均転送速度を数式で示せ。  
さらに、 $\{D_2=0.1\text{msec}, B_2=1\text{Gbits/sec}\}$  と、 $\{D_2=500\text{msec}, B_2=10\text{Mbits/sec}\}$  のそれぞれの場合において、 $m_1=m_2=100[\text{bits}]$ の時の最大の転送速度を示せ。
- (3) インターネットで一般的に利用されている TCP(Transport Control Protocol)においては、ACK パケットの受信を待たずに次に転送したいパケットをパイプライン状にパケットを転送することで、データの転送速度を向上させている。ACK パケットの受信を待たずに転送可能なパケットの最大送信量(これはウィンドウサイズと呼ばれている)は、最大で 64K バイトと設定されている。 $\{D_2=0.1\text{msec}, B_2=1\text{Gbits/sec}\}$  の場合と、 $\{D_2=500\text{msec}, B_2=10\text{Mbits/sec}\}$ の場合において、 $m_1=m_2=100[\text{bits}]$ の時の最大の転送速度を示せ。このウィンドウサイズが 64K バイトでのデータ転送方式を方式 2 とする。
- (4) 方式 1 においても方式 2 においても、アップロード先のサーバ候補が複数存在する場合、各サーバへの利用可能なデータ転送速度と遅延時間を把握したくなる。方式 1 を改良して、クライアントノードとサーバノードの間でのデータ転送で利用可能な最大の転送速度を、クライアントノードで観測される ACK パケットの到着間隔の情報をもとに予測することができる。その方法を説明せよ。

次に、サーバノードから、 $N$  個のクライアントノードへ同一の内容の大きさ 500M バイトの動画ストリーミング再生ファイルの同時配信を行いたい。なお、サーバノードから各クライアントノードに方式 2 を用いて動画ストリーミングデータの同時配信を行うとともに、正常な動画の再生にはサーバノードから各クライアントノードに 8Mbits/sec のデータ転送速度が必要となるものとする。また、 $N \leq 100$  とする。

- (5) 正常な動画の再生が可能となる  $D_2$  の最大値  $D_{2\text{max}}$  を示しなさい。
- (6)  $D_2$  が  $D_{2\text{max}}$  よりも大きな場合においても正常な動画の再生を可能にするための解決策を 2 つ示しなさい。なお、通信回線の帯域幅  $B_i$  と伝搬遅延  $D_i$  さらに転送されるパケットの大きさ  $m_1$  および  $m_2$  を変更することはできないものとする。

## Problem 2

Consider packet transfer between the computers shown in the figure.



Figure

First, we upload a very large file from a client node to the server node. Packets are not discarded in the communication links and routers on the packet transmission path. The server node checks whether the data in the received packet sent from the client node has a bit error. Let  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha < 1$ ) be the probability that one or more than one bit errors will occur in the data in the received packet. In addition, it is assumed that no bit error in the destination address part occurs.

In order to achieve error-free file transfer, the server node sends an ACK (Acknowledgement) packet, which indicates the detection result of a bit error in the packet sent by the client node, to the client node for each packet reception. Here, we assume that no bit error in the data part of the ACK packets occurs. If the received ACK packet indicates no bit error in the packet, the next packet is immediately sent after receiving the ACK packet to the server node. On the other hand, if the received ACK packet indicates there is bit error in the packet, the client node retransmits the packet which was not correctly received immediately after receiving the ACK packet. The size of the packet transferred from the client node to the server node is  $m_1$  [bits], the size of the ACK packet is  $m_2$  [bits], and we assume that the buffering delay of the packet in the routers is zero. This is referred to as Method 1. Also, in the following calculation, calculate the answers to three significant digits.

- (1) Show the transmission period between the start of packet transfer from the client node and the reception of a corresponding ACK packet from the server node, regardless of whether the data in the packet from the client node to the server node has a bit error, with a mathematical formula. And, show the probability that an error-free packet transfer from the client node to the server node will succeed at the  $n$ -th time ( $n \geq 1$ ) with a mathematical formula.

- (2) Show the average data transfer speed from the client node to the server node with a mathematical formula. Furthermore, in each case of  $\{D_2=0.1\text{msec}, B_2=1\text{Gbits/sec}\}$  and  $\{D_2=500\text{msec}, B_2=10\text{Mbits/sec}\}$ , show the maximum transfer speed when  $m_1=m_2=100$  [bits].
- (3) In TCP (Transport Control Protocol), which is generally used on the Internet, the data transfer speed is improved by transferring packets in a pipeline fashion, without waiting for the reception of the ACK packets. The maximum amount of packets that can be transferred without waiting for the reception of an ACK packet (this is called the window size) is set to 64 Kbytes. Show the maximum transfer speed when  $m_1=m_2=100$  [bits] in the case of  $\{D_2=0.1\text{msec}, B_2=1\text{Gbits/sec}\}$  and in the case of  $\{D_2=500\text{msec}, B_2=10\text{Mbits/sec}\}$ . Here, this method of transferring data with a window size of 64 Kbytes is referred to as Method 2.
- (4) In both Methods 1 and 2, when there are multiple upload destination server candidates, it is desirable to know the available transfer speed and delay time for each server. Method 1 can be improved to predict the maximum available data transfer speed between the client node and the server node, based on the information of the arrival intervals of the ACK packets observed at the client node. Explain this method.

Next, we would like to simultaneously deliver the same 500 Mbyte video streaming playback files from the server node to  $N$  client nodes. It is assumed that video streaming data is simultaneously distributed from the server node to each client node using Method 2, and a data transfer speed of 8Mbits/sec from the server node to each client node is required between the nodes for normal video playback. Here,  $N \leq 100$ .

- (5) Show  $D_{2\text{max}}$ , which is the maximum value of  $D_2$  that enables normal video playback.
- (6) Show two solutions to enable normal video playback even when  $D_2$  is larger than  $D_{2\text{max}}$ . Note that the bandwidth  $B_i$  and the propagation delay  $D_i$  of the communication line, and the size of transferred packets,  $m_1$  and  $m_2$ , cannot be changed.

このページは空白。  
This page is blank.

このページは空白。  
This page is blank.

2022年度夏入試 / 2022 Summer Entrance Examination

東京大学情報理工学系研究科

創造情報学専攻

創造情報学 3

Department of Creative  
Informatics

Graduate School of Information  
Science and Technology  
The University of Tokyo

Creative Informatics 3

**注意事項**

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入すること。
3. 解答用紙のおもて面に書ききれないときには、うら面にわたってもよい。
4. 解答用紙の指定された箇所に、受験番号および問題番号を忘れずに記入すること。
5. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

**INSTRUCTIONS**

1. Do not open this booklet until the start of the examination is announced.
2. Write your examinee ID number below on this cover page.
3. You may write on the back of the answer sheet.
4. Write your examinee ID number and the problem number inside the top blanks of each sheet.
5. Do not bring the answer sheet or this booklet out of this room.

受験番号 / Examinee ID \_\_\_\_\_

このページは空白。  
This page is blank.



このページは空白。  
This page is blank.

### 第3問

以下に示す情報システムに関する8項目から4項目を選択し、各項目を4~8行程度で説明せよ。必要に応じて例や図、数式を用いてよい。

- (1) セル・オートマトン
- (2) クロック周波数
- (3) サロゲートデータ法
- (4) 擬似逆行列 (一般化逆行列)
- (5) リカレントニューラルネットワーク
- (6) カルバック・ライブラー・ダイバージェンス
- (7) ホモグラフィ変換
- (8) 受動歩行

### **Problem 3**

Select four items out of the following eight items concerning information systems, and explain each item in approximately from four to eight lines of text. If necessary, use examples, figures, or equations.

- (1) Cellular automaton
- (2) Clock frequency
- (3) The method of surrogate data
- (4) Pseudo-inverse matrix (generalized inverse matrix)
- (5) Recurrent neural network
- (6) Kullback–Leibler divergence
- (7) Homography transformation
- (8) Passive walking

このページは空白。  
This page is blank.

このページは空白。  
This page is blank.