

揺動散逸原理に基づく時系列データの非線形構造 の解析と超ロバストなモデル化

岡部靖憲 松浦真也

情報理工学系研究科数理情報学専攻

概要

「モデルリスクの回避」のための「数理原理」を時系列解析において確立する。非平衡統計物理学における揺動散逸定理の数学的構造を抽出し、それを「揺動散逸原理」として、時系列解析における「モデリング」の指導原理としてたかめる。揺動散逸原理に基づいて、時系列データの定常性・異常性・因果性・決定性を検証し、超ロバストな解析技術の開発とその地球科学・医学・金融工学・治水工学への応用をめざす。

1 目的

地球・社会・人間・生体などにおける多数の多様な要素からなるシステムが、まとまりのある挙動を示し安定して存在するとき、複雑系と呼ばれる。本研究では、地震波の時系列データ、太陽風・地磁気・オーロラが発生する電磁波の時系列データ、マネーサプライ・円の対ドルレート・株価等の経済的時系列データ、脳波・クレアチニンの医学的時系列データの四つの複雑系現象に現れる時系列データを扱う。

複雑系現象を調べる既存の時系列解析は、自己回帰モデルあるいはカオスモデル等を用いるなど時系列データの定常性・決定性を暗黙に仮定している。複雑系現象を表現する時系列データを解析する際に、定常性・決定性が成立するか否かはモデルの信憑性、時系列データの背後に潜む複雑系現象の構造の抽出と予測精度の観点から、本質的に重要な問題である。

本研究は四つの柱から成り立つ。一つは理論的な研究で、離散時間の確率過程に付随する揺動過程をイノベーションとして構成的に求め、可能な離散モデルの形を決定する。それに基づき、揺動過程に対する非線形情報解析を行い、時系列データに対する超ロバストなモデル化の基礎を作る。その応用として、信号過程と観測過程よりなる非線形システムに対する非線形フィルターを計算する超ロバストなアルゴリズムを求める。

二つは複雑系現象の希少事象の異常発現を複雑系現象の一つの表現である時系列データの定常性の破れと定義し、定常性の破れの度合いで異常性を検出するテスト Test(ABN) を用いて、時系列データの異常性の兆候をリアルタイムで検出するシステムを開発する。さらに、 Test(ABN) を補完するために、複雑系現象の希少事象の異常発現を複雑系現象の一つの表現である時系列データの非線形構造の破れと考え、非線形予測誤差で計測するリスク関数を導入し、時系列データの異常性の兆候をリアルタイムで検出するテスト Test(RSK) を開発する。

三つは複雑系現象の数理モデルの構築において、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論に基づく定常性の検証 Test(S) ・決定性の検出 Test(D) ・因果性の検出 Test(CS) を施し、時系列データの定常性・決定性・因果性を検証し、複雑系時系列データに対する超ロバストなモデル化を行う。

四つはその超ロバストなモデルに基づき、複雑系時系列データの将来の挙動を予測する。

2 方法論

離散時間の確率過程に付随する揺動過程をイノベーションとして構成的に求め、可能な離散モデルの形を決定する。その研究は非線形推定問題の完全解決に必要である。現在、イノベーションを用いて表現された非線形なシステムに対しては、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論を用いて、非線形なシステムを線形近似するのではなく、条件付平均で表現された非線形フィルターを観測過程に付随する非線形情報空間の生成系を用いて具体的に計算する方法をとり、非線形フィルターを計算するアルゴリズムを求めることに成功している。このアルゴリズムを実行する超ロバストな計算法を開発する。

統計学には変化点解析という手法があり、地震波のP-波とS-波の到達時刻を定めるのに用いられてきた。そこでは、地震波の時系列データを適当に2分割した時間枠で各々ARモデルを当てはめ、それらの局所的に定常なARモデルの赤池情報量が最小となる分割点を求め、地震波のP-波とS-波の到達時刻を探す研究が行われている。しかし、何故局所的ARモデルを用いるかの必然性はなく、またP-波とS-波の到達時刻を探すのにそれらの前後の時系列データを用いる点は地震の前兆を探す研究には有効ではない。本研究では、時系列データの異常性を定常性の破れとリスク関数の挙動の変化と捕らえ、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論における非線形情報空間のさまざまな生成系を用いて、定常性の度合いを示す定常関数とリスク関数の挙動を調べることによって、時系列データの異常性の前兆を捕らえるテストの基準の統計的基準を求め、リアルタイムでそれを実行するソフトを開発する。

離散時間の確率過程の時間発展を記述するモデルに基づいて、 KM_2O -ランジュヴァン方程式の揺動過程に対する非線形情報解析を行い、時系列データに対する超ロバストなモデル化の基礎を作る。さらに、それに基づいて、上記の定常性・異常性・決定性・因果性の解析ソフトを用いて、複雑系時系列データに対する超ロバストなモデル化を行う。さらに、その超ロバストなモデルに基づき、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論における非線形予測公式と非線形推定公式を用いて、複雑系時系列データの

将来の挙動を予測する。

研究の学術的な特色・独創的な点及び予想される結果と意義 複雑系現象の数理モデルの構築において、天下りのモデルを立てるのではなく、与えられた時系列データに定常性テスト・異常性テスト・因果性テスト・決定性テストを施すことによって、時系列データの定常性・異常性・因果性・決定性を検証し、時系列データに対する客観的なモデルを構築し、そのモデルに基づき予測を行う当該研究は、従来の時系列解析にはない新しい方法を与える。本研究におけるアルゴリズムのシステム化は、これまで困難であった実世界の様々な時系列データの定常性・決定性・因果性等の構造解析、予測・予知、診断、異常検出等が可能となるため、多くの時系列データの解析と関連した新しい産業創出の基盤技術となると思われる。本研究を進展させることができれば、複雑系現象を数学的に解析する糸口を見いだすことができ、数学が本来持っていた実証科学としての姿を取り戻し、「データからモデルへ」という姿勢で複雑系現象の数理工学的研究を行う新しい分野が開拓される可能性があり、その学術的・社会的意義は大きいと思われる。

国内外の関連する研究の中での当研究の位置づけ 「モデルからデータへ」の姿勢でデータの定性的な性質をモデルの定性的な解析結果から説明する研究は今までに多いが、「データからモデルへ」の姿勢でモデルの定性的な性質をデータから検証することによって、データの奥に潜むモデル等の定性的な性質を必要条件として導く点が本研究の特徴である。その応用として、複雑系現象の異常性の前兆を捕まえる異常解析は「データからモデルへ」の姿勢を通じて可能なことだと思われる。

3 今までの研究成果

今まで、非平衡統計物理学における揺動散逸定理の数学的構造を調べ、離散時間の退化した弱定常過程に対する KM_2O -ランジュヴァン方程式論を建設し、マサニ・ウイーナ以後未解決であった離散時間の強定常過程に対する非線形予測問題を解決した([11], [12])。さらに、揺動散逸定理を時系列解