

タイムテーブル・スケジューリング

RA 宮代隆平

情報理工学系研究科数理情報学専攻

概要

タイムテーブル・スケジューリングとは、各種の時間割作成問題の研究を行う分野である。時間割作成という作業は、人手に頼る部分が多い面倒な仕事であり、時間割自動作成ソフトウェアの開発が望まれている。ソフトウェア開発のためには、各種の時間割作成問題に対するアルゴリズムが必要であるが、今までに効率的なアルゴリズムが開発されているタイプの問題は極めて少ない。本研究では、効率の良い時間割作成アルゴリズムの構築を目標として問題の分析およびアルゴリズム開発を行った。その結果、数理計画の手法を応用することにより、いくつかの時間割タイプに対する多項式時間アルゴリズムの開発に成功した。

1 はじめに

タイムテーブル・スケジューリングとは時間割作成の研究を行う分野である。一口に時間割作成問題といっても多くのタイプがあるが、応用先をあげると

- 学校の時間割作成
- スポーツなどの対戦表作成
- 病院、工場などにおける勤務表作成

などの問題がある。現在これらの時間割作成は、大部分が人手によって行われており、時間割作成者の負担軽減が望まれている。一部の問題に対しては時間割作成を支援するソフトウェアも開発されているが、問題の入力データによっては計算時間が爆発的に増加してしまうなど、十分に満足

のいく品質とはいえない。この原因は、各種の時間割作成問題に対する効率的なアルゴリズムが開発されていないことにある。多くの時間割作成問題は、いくつかのソフトウェアが行っているように整数計画問題などに定式化することができるが、単純な定式化では効率的なアルゴリズムの導出は難しい。そのため、時間割作成問題に固有な数理的構造を分析してアルゴリズムを開発する必要がある。これらの問題を解く効率的なアルゴリズムが構築できれば、手作業では行うことのできなかった

- 質のより良い時間割の作成
- リアルタイム・スケジューリング
- 時間割作成を行う担当者の負担軽減

などを達成することができるだろう。

本研究では、各種の時間割作成問題に対して、問題構造の数理的解析を行った。また数理計画、特に組合せ最適化の手法を駆使することにより、いくつかの時間割作成問題に対する効率的なアルゴリズムの開発に成功した。

制約条件

従来の手法

× 計算時間の増大

× 質の悪い時間割

効率的なアルゴリズム

リアルタイム処理

最適な時間割

問題の数理的な解析

2 研究成果

時間割作成問題は，目的により以下の二つに分類することができる．

- 与えられた制約条件を全て満たす時間割を（一つ）作成する問題
- 定められた評価尺度のもと，尺度の値が最適になる時間割を作成する問題

従来，この分野の研究は既存のスケジューリング問題の亜種として捉えられていたが，問題構造の研究が進むにつれ，これらの問題が離散構造を強く含み，組合せ最適化に代表される数理計画の手法が有効であることがわかってきた．数理計画の観点では，前者は充足判定問題，後者は最適化問題として捉えることができる．本研究では，両方のタイプの問題に対して，以下の成果を得た．

時間割作成問題に関する充足判定に関しては，ある種の時間割作成問題に対して，本研究で α 値と呼ばれる指標を開発した [2]．これまでこの種の問題に対しては，整数計画法を用いて時間割の作成が行われていたが， α 値は整数計画法を利用することなく計算が可能である．手法の詳細は省くが，この α 値を用いることにより，ある種の時間割作成問題を高速に解くことが可能になる．また，実用上において頻繁に要求される制約条件を含む問題に対して， α 値の導入が極めて有効であることも計算機実験により実証した [1]．

目的関数の最適化を行う問題は，最大化問題と最小化問題に分けられる．それぞれの問題設定により目的関数の形は異なるが，ある種の時間割作成問題では，最大化した解と最小化した解の両方が要求される場合がある．従来，この問題では最大化問題に対する解法と最小化問題に対するそれとが別々に議論されていた．本研究では，この目的関数に関する変換定理を証明し，片方の問題の最適解から他方の問題の最適解を構成するアルゴリズムを開発した [4]．

最適時間割作成問題を扱う場合，実用上は最適性にはこだわらず，ある程度質の良い解を速く求めたい，という状況もしばしば存在する．このよ

うな場合には，メタ・ヒューリスティクスを用いた解法が現在のところ主流であるが，これらの解法の有効性は問題の入力データに依存し，アルゴリズムのパラメータ調整が困難なことがある．本研究では，数理計画の分野で近年さかんになっている半正定値計画緩和と呼ばれる技法を応用して，ある種の時間割作成問題に対してごく短時間に質の良い解を列挙する手法を開発した [3]．

以上，本研究で得られた成果を簡単に述べた．これらの成果は，時間割作成問題に対する数理計画からのアプローチであり，今後さらに多くの時間割作成問題に対して適用を試みていくものである．

参考文献

- [1] Miyashiro, R. and Matsui, T.: Notes on Equitable Round-Robin Tournaments, *IEICE Trans. Fund. Electron. Commun. Comput. Sci.*, Vol. E85-A, No. 5, pp. 1006–1010 (2002).
- [2] Miyashiro, R., Iwasaki, H. and Matsui, T.: Characterizing Feasible Pattern Sets with a Minimum Number of Breaks, *Practice and Theory of Automated Timetabling IV* (Burke, E. and De Causmaecker, D. (eds.)), Lecture Notes in Computer Science, 2740, Springer, Berlin, pp. 78–99 (2003).
- [3] Miyashiro, R. and Matsui, T.: Semidefinite Programming Based Approaches to the Break Minimization Problem, *Mathematical Engineering Technical Reports*, The University of Tokyo, METR 2003-28 (2003).
- [4] Miyashiro, R. and Matsui, T.: Round-Robin Tournaments with a Small Number of Breaks, *Mathematical Engineering Technical Reports*, The University of Tokyo, METR 2003-29 (2003).