

非線形ネットワークの力学的解析と応用

RA 田中 剛平

新領域創成科学研究科複雑理工学専攻

概要

非線形ネットワークの時空間ダイナミクスを解析し、そのロバストな計算機能を明らかにすることをめざす。多くの大規模な非線形力学系にみられるカオス同期現象やカオスの遍歴現象は、複雑ではあるがランダムではない現象として、動的な情報処理を実現する可能性を持っている。そこで、このような現象の発生および消滅メカニズムを力学系の観点から明らかにし、状態変数やパラメータの摂動に対するロバスト性を調べる。また、非線形ネットワーク特有の性質を利用した具体的な情報処理システムの提案を行う。

1 はじめに

神経細胞集団や生物の個体集団などの振る舞いをモデルを通じて理解するとき、2つの方針がある。一方は、個々の要素の性質やそれらの間の相互作用を詳細に記述し実験計測に基づいた妥当なパラメータ値を用いて集団としての振る舞いをシミュレートするという方法である。他方は、個々の要素はほとんど同等の機能をもつことを考慮して、本質的性質を表現するシンプルな要素を一様に結合させたネットワークモデルをつくり、現象の本質的な原理を探るという方法である。本研究では、後者の立場にたって、非線形ネットワークに見られる、複雑ではあるがある程度の秩序をもつ現象に注目し、力学系の観点からそれらのメカニズムを明らかにすることをめざす。また、特定の非線形現象を示す非線形ネットワークを設計し、非線形現象を積極的に情報処理に応用することを試みる。

本年度は、非線形ネットワークにみられる以下の2つの現象の解析を行った。

弱いアトラクタ間の遷移現象 本研究の目的の一つは、大規模な非線形ネットワークに普遍的にみられる特徴的な非線形現象の一般原理を明らかにすることである。近年、多くの非線形ネットワークで観察されるカオスの遍歴現象が、秩序と無秩序の中間状態とみなせることから、動的な情報処理の表現として注目を集めているが、その力学的な仕組みはまだ十分明らかではない。そこで本研究では、2次元結合写像において、軌道が2つの弱いアトラクタ間をカオス的に遷移する現象の解析を行う。低次元系の最も単純な遍歴現象を解析することで、高次元系の遍歴現象の本質的原理を理解することが狙いである。

従来、結合写像系におけるカオスの遍歴現象の発生には、不変部分空間の横断的安定性が重要な役割を果たすことが明らかにされてきた。それに対して本研究では、不変部分空間外の弱いアトラクタ間を遷移する現象に注目し、その発生原理を明らかにした。以下、得られた主な結果を簡単にまとめる。(1) 非線形性と結合強度に対応する2つのパラメータを変化させたときの分岐現象を調べ、不変部分空間外に互いに対称な2つのアトラクタが共存するパラメータ領域と、それぞれのアトラクタ状態が固定点からカオスアトラクタへと発展する分岐シナリオを明らかにした。(2) 写像の非可逆性と逆像を考慮することで、2つの共存アトラクタのベイスン構造を説明し、ベイスン境界はサドル周期点の不変多様体で構成されることを数値的に示した。(3) パラメータ変化にともない、共存する2つのアトラクタのベイスンを分離

するフラクタルベイスン境界が発生し、変形し、崩壊する定性的変化は、そのフラクタル次元の対パラメータ変化で捉えることができることを示した。(4) 軌道が2つの弱いアトラクタ間を不規則に遷移する振る舞いは、2つのアトラクタが同時にベイスン境界に接触するクライシスの直後にみられることが分かった。これによって、不変部分空間だけでなく、任意の不変集合の多安定状態が崩壊した直後には、同様の遷移現象が観察されることが示唆される。(5) 系の対称性を崩すような状態変数またはパラメータの微小摂動を加えると、先に一方のアトラクタとベイスン間のクライシスで共存状態が崩れ、次に残りのアトラクタとベイスンが接触するクライシスで遷移現象が開始することが分かった。遷移が開始するシナリオは変化するものの、遷移現象自体はロバストに起こることを確認した。

今後は、同様の結合写像で結合数を増やし、より高次元のシステムにみられる遍歴現象のメカニズムを調べる予定である。

バースト写像結合系の同期現象 生体内の興奮性細胞の膜電位にみられるバースト応答は、細胞間情報伝達において重要な役割を持つと言われている。バースト応答を示す細胞を2つ電気シナプスによって結合したとき、結合係数パラメータに応じてバースト応答の同位相 または逆位相同期状態が安定となることが、複数の実験及びモデルシミュレーションによって報告されている。そこで本研究では、単一のバースト細胞として単純な2次元写像モデルを使用し、電気シナプス結合系においてバースト同期が同位相から逆位相へと変化するメカニズムを調べる。

これまで、カオス写像の結合系における、全ての要素がまったく同一のカオス応答を示す現象(カオス同期現象)の仕組みは多くの研究で明らかにされてきた。これに対し、同位相バースト同期は互いにバーストの開始と終了のタイミングが同期する現象を、逆位相バースト同期は一方のバースト開始と他方のバースト終了のタイミングが同期する現象をさす。すなわち、各要素は時系列にお

いて部分的にしか同期しないという点で、カオス同期と異なる。バースト同期については、力学的な仕組みはまだ明らかにされていない。以下、得られた結果を簡単にまとめる。(1) 結合強度パラメータの符号を変えることによって、不変部分空間の局所的な横断的安定性が切り替わり、結合がある程度大きい絶対値を持つとき、正ならば同位相解が、負ならば逆位相解が安定となることを示した。(2) 非線形性と結合強度に対応するパラメータを変化させたときの分岐現象を調べることにより、膜電位が、静止応答、バースト発火応答、連続スパイク発火応答を示すパラメータ領域を求めた。単一細胞と結合系において、バースト応答が見られるパラメータ領域を比較し、その違いは不変部分空間の横断的安定性に依ることを明らかにした。

現在、このバースト写像結合系は決定論的であるにも関わらず不規則なバースト間隔を持つ原因を調べているところである。今後、多数のバースト写像結合における同期現象、バースト間隔の分布などについて解析する予定である。