

マルチフラクタルを用いた時系列解析

RA 大西立顕

新領域創成科学研究科複雑理工学専攻

概要

マルチフラクタルの観点から新しい時系列解析の手法を開発した。時系列を線分上の確率分布として捉えることで時系列のスペクトルを求め、時系列の変動との間に相関があるような特徴パラメータをスペクトルから抽出した。円ドル為替レートの時系列を解析した結果、価格変動は長い時間スケールにおいて厳密にランダムではなく、この手法が予測に有効である可能性が示された。また、確率過程と仮想市場の観点から短い時間スケールでの価格変動の性質についても調べ、価格変動のメカニズムの理解を深めた。

1 はじめに

実世界の様々な現象は時間とともに変化し、その挙動は時系列データとして観測される。観測された時系列データを解析すること(時系列解析)により、システムの性質を理解したり、システムをモデル化したり、予測や制御を行なうことができる。これまでいろいろな時系列解析の手法が提案されている。しかし、実世界の複雑な挙動を示すデータ、たとえば、経済現象(株価変動など)、気象現象(温度変化など)、溶鉱炉、地震の発生間隔、生体信号(脳波など)などに対して、既存の手法は必ずしも有効ではない。

金融市場において価格は激しい変動を示すことが経験的に知られているが、そのメカニズムや法則性については、はっきりとは分かっていない。近年のコンピュータの発展により、様々な市場における価格変動について高頻度データを用いた解析が行なわれており、短い時間スケールでは価

格変動は完全にランダムではなく、価格差の相関は非常に短時間のあいだに0になるが、価格差の絶対値は長期相関を持ち、分布は正規分布よりもはるかにすその広いベキ分布に従うというような普遍的な統計的特性を持つことが明らかになってきている。これらを説明する理論的なモデルができれば、現象の本質を理解したり、予測や制御などへの応用が期待できる。これまでいろいろなモデルが提案されているが、価格変動をうまく再現し、現象が理解できるようなモデルはまだない。

本研究では円ドル為替レートの時系列をマルチフラクタルの手法を用いて解析し、長い時間スケールでの価格変動の統計性について調べた。また、短い時間スケールでの価格変動の統計性を確率過程と仮想市場の立場から考察し、価格というマクロな観点と市場参加者間の相互作用というミクロな観点から価格変動を解析した。

2 価格変動のマルチフラクタル解析

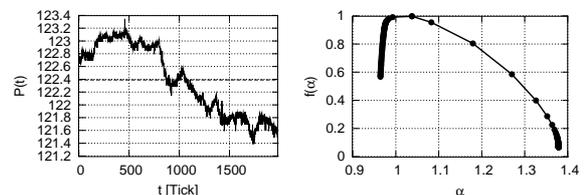


図 1: 価格時系列とスペクトル

格変動をマルチフラクタルの手法により解析した。価格変動の時系列パターンを線分上の測度分布と解釈することで変動パターンをマルチフラクタルスペクトルとして特徴づけた(図1)。時系列を統計的に解析することにより、スペクトルからパラメータ (T, q, L) をうまく選んで抽出した特

微量 $\Delta f(t)$ と価格変動との間に相関があることを示した (図 2) . この結果から , 数時間や数日といった長い時間スケールでも価格変動は完全にはランダムなわけではなく , 効率的市場仮説が妥当でない可能性を示した . また , 価格が上がるか下がるかの予測にマルチフラクタル解析が有益であり , 過去の価格変動のパターンが将来の価格変動に影響を与えていることを明らかにした .

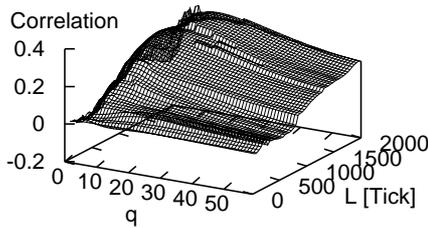


図 2: 相関係数の q, L 依存性

3 確率過程による価格変動のモデル

時系列データから得られる経験則を満たすように確率過程を構築することにより , 価格変動を再現する確率過程によるモデルを提案した . 価格を均衡価格と無相関なゆらぎの和で記述できると仮定し , 均衡価格を過去の価格の重み付き移動平均で定義し , 重みを Yule-Walker 法により求めた . この手法によりゆらぎは無相関にできるが , ゆらぎの絶対値の相関は残っており , 価格変動の本質的特性がゆらぎにあることを示した . さらに , ゆらぎ成分については , ゆらぎの符号は正負をランダムに取る確率変数とみなせ , ゆらぎの絶対値は非常に長い幅を持つ重み付き移動平均を用いた自己変調過程として記述できることを示した . また , 数値計算によりこのモデルが生成する価格時系列は実際の価格変動の統計性を満たすことを確かめた . この結果から , 価格差の絶対値の長期相関は自己変調過程で用いる過去のゆらぎ幅の履歴から生じていること , 価格差のベキ分布は自己変調過程に内在するランダムノイズの乗法過程により生じていること , デイラーは過去 2 分間の値動きと非常に長い期間に渡るゆらぎ幅の履歴をもとに売買を行なっていることを明らかにした .

4 価格変動のスピンモデル

市場参加者の相互作用の観点から価格変動を調べた . 実社会の Network が Small-World Network であることを考慮して , Bornholdt が提案した価格変動のスピンモデルを拡張し , その解析を行なった . このモデルでは市場参加者間の相互作用は規則的でもランダムでもないもっともらしい相互作用になっている . 数値計算により , このモデルも実際の価格変動の統計性を再現することを示した . また , Network のランダムネスの大きさ p に応じて価格差の分布のベキ指数が変化することを示した (図 3) . この結果から , 市場参加者間の Network 構造の違いが市場によりベキ指数の値が異なる原因になりうることを明らかにした .

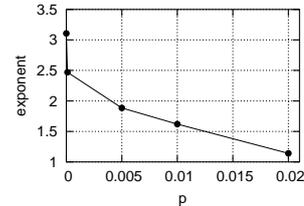


図 3: ベキ指数の p 依存性

研究発表

- [1] 大西立顕, 合原一幸, 高安美佐子, 高安秀樹: 為替の移動平均価格の統計的特性, 京都大学基礎物理学研究所 2003 年度前期研究会 経済物理学, 2003 年 7 月 15 日 .
- [2] 大西立顕, 合原一幸, 高安美佐子, 高安秀樹: 移動平均による価格推定, 総合研究大学院大学 グループ研究「新分野の開拓」小グループ「経済学」平成 15 年度第 1 回研究会, 2003 年 8 月 7 日 .
- [3] 大西立顕, 合原一幸, 高安美佐子, 高安秀樹: 為替レートの移動平均価格の統計的特性, 日本物理学会年次大会・秋季大会, 2003 年 9 月 20 日 .
- [4] Takaaki Ohnishi, Kazuyuki Aihara, Misako Takayasu, Hideki Takayasu: Statistical properties of the moving average price in dollar-yen exchange rates, Applications of Physics in Financial Analysis 4, Warsaw University of Technology, Warsaw, POLAND (2003).
- [5] 大西立顕, 合原一幸, 高安美佐子, 高安秀樹: 為替の移動平均価格の統計的特性, 物性研究 81 巻 4 号 (2004 年 1 月号) .
- [6] 大西立顕, 合原一幸, 高安美佐子, 高安秀樹: 為替の移動平均価格の統計的特性, 素粒子論研究 108 巻 4 号 (2004 年 1 月号) .