

平成 20 年度

大学院入学試験問題

数 学

試験時間 10:00 ~ 12:30

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 本冊子には第 1 問から第 3 問までである。全問を日本語ないし英語で解答すること。
4. 解答用紙 3 枚が渡される。1 問ごとに必ず 1 枚の解答用紙を使用すること。解答用紙のおもて面に書ききれないときは、裏面にわたってもよい。
5. 解答用紙上方の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。
6. 草稿用白紙は本冊子から切り離さないこと。
7. 解答に関係ない記号、符号、文言などを記入した答案は無効とする。
8. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.
------	-----

上欄に受験番号を記入すること。

(草稿用白紙)

第1問

次の行列を A とおく．

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

以下の問いに答えよ．

- (1) A^2, A^3, A^4 を求めよ．
- (2) 前問の結果を一般化し、非負整数 n に対して、 $A^{3n}, A^{3n+1}, A^{3n+2}$ を求めよ．
- (3) A の固有多項式は何か．
- (4) A の最小多項式は何か．その理由も簡単に述べよ．(A の最小多項式とは、 $m(A) = O$ を満たす多項式 $m(x)$ のうちで、次数が最小であり最大次数の項の係数が 1 のもののことである．)
- (5) A のジョルダン標準形 J および $PJ = AP$ を満たす正則行列 P を求めよ．

第2問

各目が出る確率が $\frac{1}{6}$ のサイコロ1つを投げる．以下の問いに答えよ．

- (1) n 回目に初めて1の目が出る確率を求めよ．
- (2) 1の目が1回出るまで投げつづける事象を A とする．事象 A でサイコロが投げつづけられる回数の期待値を求めよ．
- (3) 事象 A でサイコロが投げつづけられる回数の分散を求めよ．
- (4) 1の目が2回出るまで投げつづける事象を B とする．これを，独立な2つの事象 A の繰返しと考えて，事象 B でサイコロが投げつづけられる回数の期待値と分散を求めよ．
- (5) 2つの事象 A の繰返しと考えずに，事象 B でサイコロが投げつづけられる回数の期待値と分散を求め，(4) と一致することを示せ．

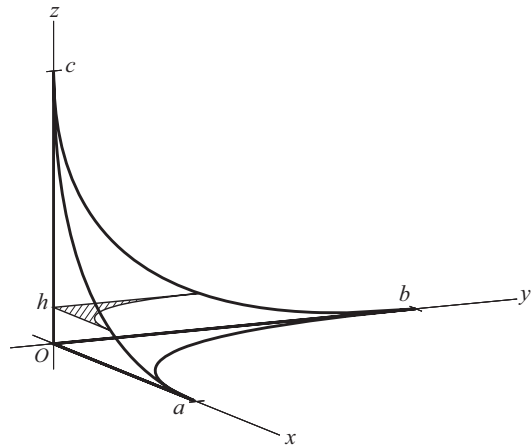
第3問

曲面 Q が次の式で表される .

$$\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} + \sqrt{\frac{z}{c}} = 1 \quad (a > 0, b > 0, c > 0)$$

以下の問いに答えよ .

- (1) 曲面 Q と , 三つの平面 $x = 0, y = 0, z = 0$ に囲まれた領域を V とする . V を z 軸に垂直な平面 $z = h$ で切った切断面 (図参照) の面積 $S(h)$ を求めよ . また , V の体積を求めよ .
- (2) 曲面 Q と各座標軸との交点を通る平面 P がある . 平面 P に平行な Q の接平面を考え , 接平面の式および接点の座標を求めよ .



(草稿用白紙)

(草稿用白紙)