

2023 年度 / AY2023

大学院入学試験問題
Graduate School
Entrance Examination Problem Booklet

数 学 2 / Mathematics 2

試験時間 / Examination Time: 14:25–15:15

注 意 事 項 / Instructions

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.
2. 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
If you find missing, misplaced, and/or unclear printed pages in the problem booklet, ask the examiner.
3. 本冊子には第2問があり、和文は1頁目、英文は2頁目である。日本語ないし英語で解答すること。
This booklet contains Problem 2 on page 1 in Japanese and page 2 in English. Answer the problem in Japanese or English.
4. 解答用紙1枚が渡される。必要なときは解答用紙の裏面を使用してもよい。
You are given one answer sheet. You may use the back of the sheet if necessary.
5. 解答用紙上方の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を記入すること。
Fill the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee's number and the problem number you are to answer.
6. 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと。
Do not separate the draft papers from this problem booklet.
7. 解答に関係ない記号、符号、文言などを記入した答案は無効とする。
Any answer sheet including marks, symbols and/or words unrelated to your answer will be invalid.
8. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。
Do not take either the answer sheets or the problem booklet out of the examination room.

受験番号 / Examinee's number	No.
--------------------------	-----

上欄に受験番号を記入すること。 Fill the above box with your examinee's number.

(草稿用紙)

第2問

t を実数の独立変数, $x(t)$ と $y(t)$ を実数値関数として, 以下の問いに答えよ.

(1) 常微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = \cos(t)$$

の $t \rightarrow -\infty$ で有界である解をすべて求めよ.

(2) 常微分方程式

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x - y &= \cos(t) \\ \frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y - x &= 0\end{aligned}$$

の $t \rightarrow -\infty$ で有界である解 $x(t)$ と $y(t)$ をすべて求めよ.

(3) 適切な変数変換によって常微分方程式

$$e^{-t}x'' - 2\frac{dx}{dt} + x = 0$$

を線形な常微分方程式に変換し, $x(0) = \frac{1}{2}$ となる解 $x(t)$ を求めよ.

Problem 2

Let t be a real independent variable, and let $x(t)$ and $y(t)$ be real-valued functions. Answer the following questions.

- (1) Find all solutions of the following ordinary differential equation

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = \cos(t),$$

which are bounded when $t \rightarrow -\infty$.

- (2) Find all solutions $x(t)$ and $y(t)$ of the following ordinary differential equations

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x - y &= \cos(t), \\ \frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y - x &= 0,\end{aligned}$$

which are bounded when $t \rightarrow -\infty$.

- (3) By converting the following ordinary differential equation

$$e^{-t}x'' - 2\frac{dx}{dt} + x = 0$$

to a linear ordinary differential equation with an appropriate change of variable, find the solution $x(t)$ that satisfies $x(0) = \frac{1}{2}$.

(草稿用紙)

(草稿用紙)