2023 年 度 / AY2023

大 学 院 入 学 試 験 問 題

Graduate School
Entrance Examination Problem Booklet

数　　学　1 / Mathematics 1

試験時間 / Examination Time:　　13:00–13:50

注 意 事 項 / **Instructions**

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．
   Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.
2. 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．
   If you find missing, misplaced, and/or unclearly printed pages in the problem booklet, ask the examiner.
3. 本冊子には第 1 問があり，和文は 1 頁目，英文は 2 頁目である．日本語ないし英語で解答すること．
   This booklet contains Problem 1 on page 1 in Japanese and page 2 in English. Answer the problem in Japanese or English.
4. 解答用紙 1 枚が渡される．必要なときは解答用紙の裏面を使用してもよい．
   You are given one answer sheet. You may use the back of the sheet if necessary.
5. 解答用紙上方の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を記入すること．
   Fill the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee's number and the problem number you are to answer.
6. 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．
   Do not separate the draft papers from this problem booklet.
7. 解答に関係ない記号，符号，文言などを記入した答案は無効とする．
   Any answer sheet including marks, symbols and/or words unrelated to your answer will be invalid.
8. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．
   Do not take either the answer sheets or the problem booklet out of the examination room.

受験番号 / Examinee's number	No.

上欄に受験番号を記入すること．Fill the above box with your examinee's number.

(草稿用紙)

第1問

以下の問いに答えよ.

(1) 実変数 x, y の関数 $f(x,y)$ を以下のように定義する.

$$f(x,y) = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x & y \end{vmatrix}$$

方程式 $f(x,y)=0$ の解の集合は, xy 平面上の 2 点 (x_1, y_1), (x_2, y_2) を通る直線となることを示せ. ただし, $x_1 \neq x_2$ とする.

(2) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ の値を因数分解した形で求めよ.

(3) xy 平面上の 3 点 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) を通る曲線 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ が唯一存在することを示せ. ただし, a_0, a_1, a_2 は定数, x_1, x_2, x_3 は互いに異なるとする.

(4) (3) の曲線は $y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3$ の形で表せる. ただし, c_1, c_2, c_3 は y_1, y_2, y_3 に依存しないものとする. c_1, c_2, c_3 を求めよ.

(5) xy 平面上の 5 点 $(x_1, y_1), \ldots, (x_5, y_5)$ を通る曲線 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$ を $y = c_1 y_1 + \cdots + c_5 y_5$ の形で表す. ただし, $c_1, \ldots, c_5$ は $y_1, \ldots, y_5$ に依存せず, $x_1, \ldots, x_5$ は互いに異なるとする. c_1 を求めよ.

Problem 1

Answer the following questions.

(1) The function $f(x, y)$ with real variables x, y is defined as follows:

$$f(x,y) = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x & y \end{vmatrix}.$$

Show that the set of solutions of the equation $f(x, y) = 0$ is a line passing through two points (x_1, y_1), (x_2, y_2) on the xy plane, where $x_1 \neq x_2$.

(2) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ in factored form.

(3) Show that there is a unique curve $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ passing through three points (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) on the xy plane, where a_0, a_1, a_2 are constants and x_1, x_2, x_3 are all distinct.

(4) The curve in (3) can be represented in the form $y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3$, where each of c_1, c_2, c_3 does not depend on y_1, y_2, y_3. Find c_1, c_2, c_3.

(5) Let us represent a curve $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$ passing through five points $(x_1, y_1), \ldots, (x_5, y_5)$ on the xy plane in the form $y = c_1 y_1 + \cdots + c_5 y_5$, where each of $c_1, \ldots, c_5$ does not depend on $y_1, \ldots, y_5$, and $x_1, \ldots, x_5$ are all distinct. Find c_1.

(草稿用紙)

(草稿用紙)