平成１４年度 知能機械情報学専攻

大学院修士課程入学試験問題

「専門科目」

試験日時：平成１３年８月２８日（火）９：００～１１：３０

注意事項

１．試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
２．問題は４題出題されており、その中から３題解答すること。
３．問題の落丁、乱丁、あるいは印刷不鮮明な箇所があれば申し出ること。
４．答案用紙は３枚配布される。枚数を確認し、過不足があれば申し出ること。
１問ごとに１枚の答案用紙を用いて解答すること。解答を１面で書ききれない場合は裏面を使用しても構わない。その際は裏面にも解答したむね表面に記入すること。
５．答案用紙の指定された箇所に、受験番号、科目名の「専門科目」、その答案用紙で解答する問題番号を記入すること。記入漏れの場合は採点されないことがある。
６．解答に関係のない記号や符号を記入した答案は無効となる。
７．答案用紙は、解答ができなかった問題についても、受験番号、科目名、問題番号を記入し、３枚全部を提出すること。
８．下書きは問題冊子の草稿用のページを用いること。
９．問題冊子は回収する。

受験番号	

上欄に受験番号を記入すること。

問題 1

図 1 で表される 1 自由度マニピュレータを考える。このシステムは、減速器のついた DC

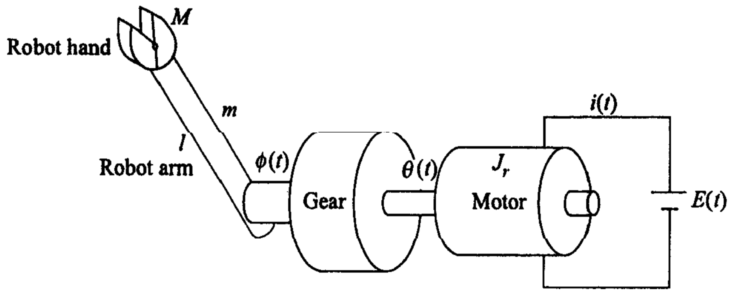


図 1: 1 自由度リンクマニピュレータ

モータでロボットアームを動かすシステムである。ロボットアームは一様な棒であり、手先には物体を把持するロボットハンド機構がついている。各パラメータは以下のように定義する。

モータの回転角：	$\theta(t)$[rad]	ロボットアームの回転角：	$\phi(t)$[rad]
モータへの入力電圧：	$E(t)$[V]	モータに流れる電流：	$i(t)$[A]

また、定数は全て正の数で以下のように定義する。

モータロータの慣性モーメント：	J_r[kgm^2]	モータのトルク定数：	K_a[Nm/A]
モータのインダクタンス：	L[H]	モータの内部抵抗：	$R[\Omega]$
モータの逆起電力定数：	K_v[Vs/rad]	ロボットハンドの質量：	M[kg]
ロボットアームの長さ：	ℓ[m]	ロボットアームの質量：	m[kg]
減速器の減速比：	$Z:1$		

ただし、摩擦項と減速器の慣性モーメント、重力項は無視するものとし、ロボットハンドは質点として扱って良い。

問 1. 減速器・ロボットアーム・ロボットハンド・モータロータを含めた、モータの回転軸 (θ 軸) 周りの慣性モーメントを J[kgm^2] として、$\theta(t)$ に関する運動方程式とモータの特性方程式 (電圧と電流、モータの回転角の関係を表す微分方程式) を求めなさい。

問 2. 問 1. で求めた式から、入力を電圧 $E(t)$[V]、出力をモータの回転角 $\theta(t)$[rad]、状態変数 $\boldsymbol{x}(t)$ を

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) & \dot{\theta}(t) & i(t) \end{bmatrix}^T$$

として、システムの状態方程式、出力方程式を求めなさい ($[\cdot]^T$ は転置を表す)。また、このシステムの可制御性行列 $\boldsymbol{M_c}$、可観測性行列 $\boldsymbol{M_o}$ を求め、可制御性、可観測性を調べなさい。

問 3. J をロボットアーム・ロボットハンド・減速器 (減速比)・モータロータのパラメータを用いて表しなさい。

次頁へ続く

次に、マニピュレータを P とし、コントローラ K を設計して図 2 に示されるフィードバック系 G を構成する。ただし、$\theta_r(t)$ は $\theta(t)$ への目標値である。

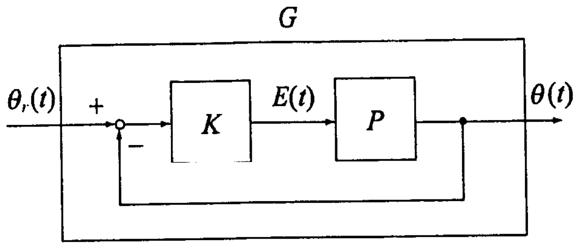


図 2: フィードバック系

問 4. P のモデリングを行ったところ、P は次の伝達関数 $P(s)$ で求められた。

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

$P(s)$ のゲイン線図の概形を書きなさい。

問 5. コントローラ K を

$$K = 1$$

と定めたとき、閉ループ系 G の安定性をナイキストの安定判別法を用いて調べなさい。

以上

草稿用紙
(切り取らないこと)

草稿用紙
(切り取らないこと)

問題 2

図 1 のようなマニピュレータがある。基準姿勢を図 2 に示す。基準姿勢において、θ_1 は Z 軸まわり、θ_2 は Y 軸に平行な軸まわりの回転である。基準姿勢での全ての関節の回転角は 0 とし、回転軸に平行な座標軸の正の向きに右ねじ回りを正とする。マニピュレータ先端の中心点を P とする。

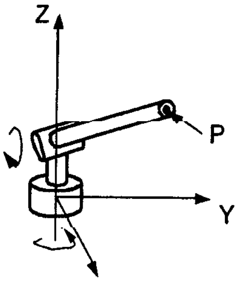


図1

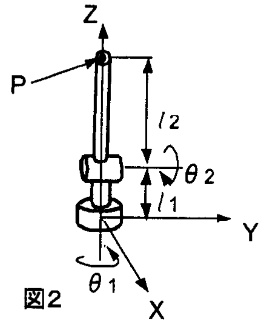


図2

問1. マニピュレータが $\omega_1=\dot{\theta}_1$、 $\omega_2=\dot{\theta}_2$（各々一定）で運動している。第 2 リンク（長さ l_2）がちょうど YZ 平面上に来て（θ_1=90 度）、かつ θ_2=60 度となった瞬間において、第 2 リンクの角速度 $\boldsymbol{\omega}$、角加速度 $\boldsymbol{\beta}$、および点 P の位置 $\mathbf{r}_P$, 速度 $\mathbf{v}_P$ を XYZ 座標系に関して求めよ。ただし、l_1、l_2 は不変とする。

問2. このマニピュレータの先端に、点 P を通り θ_2 回転軸に平行な軸まわり回転機構（θ_3）を追加し、そこに視覚センサを内蔵する（図 3）。センサの光学的中心は P と一致し、基準姿勢での光軸は Z 軸の正の向きとする。また、ここでは第 2 リンクは伸縮可能で、l_2 は可変とする。この装置を用いて、点 Q(0, y_Q, l_1) に置かれた物体を観察する。視覚センサ（点 P）を点 Q から常に一定距離 d を保ちつつ YZ 平面内で移動させ、その光軸は常に点 Q を通るようにする。物体からセンサに向かうベクトル $\overrightarrow{QP}$ が Y 軸正方向となす角を θ_t とする。このときのマニピュレータの θ_2 と θ_3 と l_2 を θ_t と d を用いて求めよ。ただし、関節可動範囲やマニピュレータ自身による視覚センサの視野の隠ぺいは無視してよい。

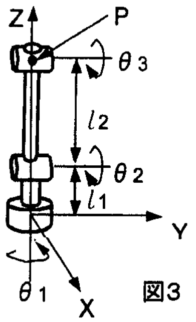


図3

次頁へ続く

問3.　視覚センサの撮像面上には、物体の像が滑らかな輝度分布として映り、運動している。今、像は撮像面上の水平軸にそって動いているとする。このとき、ある瞬間 t における水平軸上の各点の輝度値は図４の実線曲線のようになる。微小時間Δt 後には右方向の運動に伴い点線曲線のようになる（ただし物体像の見え方は位置の変化を除けば一定とする)。この結果、例えば点 x_1 における輝度は下向きの矢印のように変化する。 輝度 $\mathrm{I}(x,t)$ の時間に関する偏微分と空間に関する偏微分（水平軸方向のみ)、および像の移動速度 v の関係を表す方程式を導け。

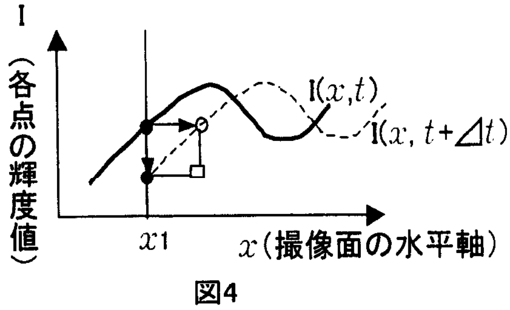


図4

問4.　１次元配列の受光素子と演算回路を一体とし、各点における像の水平移動速度 v を問３で導いた式により演算し出力する視覚センサを設計する。図５のように、撮像面上の x_1 の位置の素子はその点の輝度値を電圧 $\mathrm{D}(x_1)$として出力し、その隣りの素子も同様に電圧 $\mathrm{D}(x_2)$を出力する。演算回路はオペアンプを用いた演算器で構成し、x_1 での速度 v の値を電圧 $\mathrm{v}(x_1)$ として出力する。回路要素の特性は理想的とする。

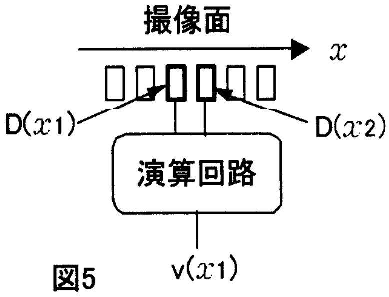


図5

(1)　図５の演算回路のブロック図を書け。個々のブロックは１個のオペアンプで実現できる機能とし、図６の例のように描く。なお、除算も１個のブロックとなる。

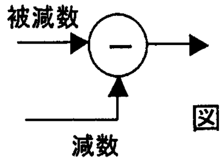


図6

(2)　オペアンプを用いた反転増幅回路を書け。入出力端子には記号を定め、それらの関係式を付記せよ。

(3)　入力電圧に反比例して抵抗を変化させ得るできるだけ小型かつ高精度の回路要素を一つ考えて描け、その原理を簡潔に説明せよ。

(4)　上の(3)で考えた回路要素を用いて、オペアンプ１個からなる除算回路を書け。入出力端子には記号を定め、それらの関係式を付記せよ。

以上

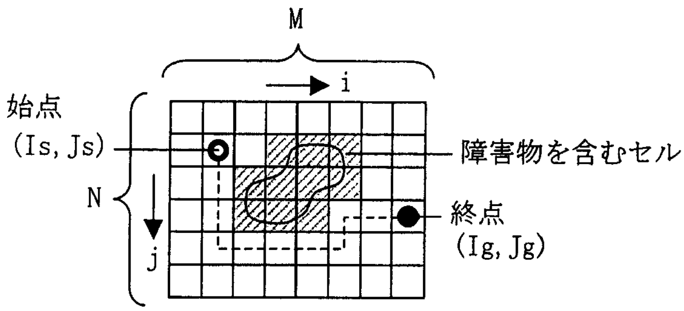
草稿用紙
(切り取らないこと)

草稿用紙
(切り取らないこと)

問題 3

2次元空間において障害物を回避しつつ始点から終点に至る最短経路を発見する問題を次のようにモデル化する：

- 空間を M×N のセルに分割する。
- 移動は 4 近傍のセルへ離散的に行われるものとし、その移動距離は 1 とする。
- 障害物の存在するセルへの移動はできない。
- セルに分割された空間から外に出ることはできない。
- 始点および終点は空間中のセル(Is, Js)および(Ig, Jg)として与えられている。



この問題を次のアルゴリズムで解くことを考える：

(探索過程)

- 始点から探索を開始し、移動距離 1、2、…で到達できるセルを逐次求める。
- 始点からの距離が明らかになったセルにはその距離を記録する。
- 求められたセルが終点のセルに一致したら探索を終了する。このとき得られる距離を D とする。

(経路決定過程)

- 探索終了後に終点から距離が 1 ずつ減少するセルをたどることで経路を求める。

問 1. 始点より距離 n で到達することのできるセルを求める計算が完了しているとするときに、距離 n+1 で到達することのできるセルを求めることを考える。

(1) このための手続きを言葉で説明せよ。

(2) この処理を行う関数を適当なプログラム言語を用いて記述せよ。なお、関数中で参照されるデータの定義および関数の引数の定義を明確にすること。また、M, N, Is, Js, Ig, Jg は定数として与えられているものとして定義せずに使用してよい。

問 2. 上記のアルゴリズムにおける探索過程について時間計算量および空間計算量を問題のパラメータ（M, N, D）のオーダーで評価せよ。

問 3. 上記のアルゴリズムを改良して時間的および空間的に効率化するための方策とその効果について考えられるものをそれぞれ 1 つずつ述べよ。

以上

草稿用紙
(切り取らないこと)

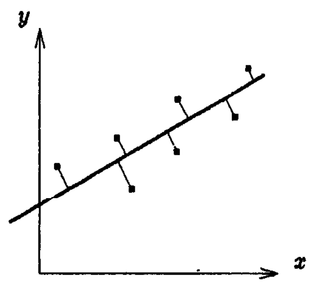
問題4

$x-y$ 平面上で、ほぼ直線状に点 $\left\{\boldsymbol{r}_i=(x_i,y_i)^T\right\}_{i=1}^{N}$ が散らばっているものとする。その統計量、すなわち平均と共分散行列は、それぞれ

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu} &= (\mu_x,\mu_y)^T=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{r}_i\\ C &= \begin{pmatrix}\sigma_{xx} & \sigma_{xy}\\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy}\end{pmatrix}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{\mu})^T\end{aligned}$$

で与えられている（もちろん $\sigma_{xy}=\sigma_{yx}$ であり、上付き T は転置を表す)。

このとき、これらのデータ点を近似的に代表する直線を求めたい。ただし、近似誤差は、各データ点から直線に下ろした垂線の平均2乗距離 ε^2 で評価するものとし、その直線は ε^2 を最小にする意味で最適であるものとする。



問 1. 媒介変数 t を用いて、点 $\boldsymbol{r}_0=(x_0,y_0)^T$ を通る直線は $\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{a}t+\boldsymbol{r}_0$ で表される（ただし、$\boldsymbol{a}=(a_x,a_y)^T$ は傾きを表す方向ベクトルであり、単位長さ $||\boldsymbol{a}||^2=a_x^2+a_y^2=1$ とする)。このとき、データ点 $\boldsymbol{r}_i$ からこの直線へ下ろした垂線の2乗距離 $d_i^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{r}_0)$ を求めよ。

問 2. 制約条件 $||\boldsymbol{a}||^2=1$ の下に、このように測った各データ点から直線への平均2乗誤差（距離）$\varepsilon^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{r}_0)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}d_i^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{r}_0)$ を最小化する問題は、ラグランジェ乗数を λ とする次式の変分問題で定式化される。

$$J(\boldsymbol{a},\boldsymbol{r}_0)=\varepsilon^2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{r}_0)+\lambda(\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{a}-1)$$

これを解いて、最適な近似直線はデータ点の重心 $\boldsymbol{\mu}$ を通り、傾き $\boldsymbol{a}$ がデータ点の共分散行列 C の固有値問題の固有ベクトルとして求まることを示せ。

問 3. そのときの最小平均2乗誤差 ε^2 は、C の固有値を $\lambda_1\geq\lambda_2\geq 0$ として、第2固有値 λ_2 で与えられること、またそのときの直線の傾き $\boldsymbol{a}$ は第1固有ベクトル $\boldsymbol{a}_1$ で与えられることを示せ。

問 4. 最小平均2乗誤差 $\varepsilon^2=\lambda_2$ の値を具体的に求めよ。

以上

草稿用紙

(切り取らないこと)