

システム情報学専攻
修士課程入学試験問題
専門科目 システム情報学

平成24年8月21日(火) 10:00~13:00

出題される6問のうち、3問のみを選択して解答せよ

注意事項

- (1) 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
- (2) 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合には申し出ること。ただし試験問題の内容に関する質問に対しては、原則として答えない。
- (3) 答案用紙3枚が渡される。1問ごとに必ず1枚の答案用紙を使用すること。止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい。
- (4) 各答案用紙の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。氏名は書いてはならない。
- (5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと。
- (6) 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
- (7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は、適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい。
- (8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.
------	-----

上欄に受験番号を記入すること。

選択した問題番号			
----------	--	--	--

上欄に選択した3つの問題番号を記入すること。

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第1問

- (1) $0 < a < b$ とするとき, 通過帯域が角周波数帯域 $(-b, -a), (a, b)$ である理想帯域フィルタ (通過帯域内では利得が 1, 位相遅れなし, その他では利得 0) のインパルス応答 $h(t)$ を答えよ.
- (2) 基本角周波数が Ω である矩形波 $x(t), -\infty < t < \infty$ を問い(1)の理想帯域フィルタに通したときの出力 $y(t)$ を求めよ. ただし, $x(+0) = 1, x(-0) = -1, x(-t) = -x(t)$ とする.
- (3) 問い(2)の信号 $y(t)$ を角周波数 $\omega_s > 0$ でサンプリングして, 離散信号 $y[n]$ (n は整数, $-\infty < n < \infty$) を得たとする. 虚数単位を $j = \sqrt{-1}$ とするとき, 規格化角周波数 $-\pi \leq \omega < \pi$ に関する $y[n]$ の離散時間フーリエ変換

$$Y(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n] e^{-jn\omega}$$

を求めよ.

- (4) 単位周波数帯域あたりのパワーが σ^2 であるような白色雑音 $w(t)$ を, 共通の入力として, 問い(1)の理想帯域フィルタ, および角周波数帯域が $(-c, c), c > 0$ の理想低域フィルタにそれぞれ通し, 問い(3)と同様に角周波数 $\omega_s > 0$ でサンプリングして得られる離散時間信号をそれぞれ $u[n], v[n]$ とする. $u[n]$ と $v[n]$ の相互相関関数を求めよ.

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第2問

理想特性をもつ演算増幅器に関する以下の問いに答えよ。

- (1) (a) 図1の回路の電圧ゲイン v_{out}/v_{in} を求めよ。また、 R_1 が無限大、 R_2 が0のとき、その回路図を描き、電圧ゲインを求めよ。さらに、描いた回路の電子回路としての役割を説明せよ。
- (b) 図2の回路の電圧ゲイン v_{out}/v_{in} を求めよ。また、 R_3 が0のとき、その回路図を描き、入力電流 i_{in} と出力電圧 v_{out} との関係を求めよ。さらに、描いた回路の電子回路としての役割を説明せよ。
- (2) 図3の回路において、演算増幅器2(OP2)の出力電圧 v_{out} を求めよ。
- (3) 図4の回路は、図3の回路からOP2を取り除き接地した回路である。抵抗 R_6 に流れる電流 i_6 を求めよ。また、問い(1)(a)で描いた演算増幅器回路と図5に示す抵抗が時間変動する素子 R_L を、図4の回路に接続し、 v_{in} 一定のときに R_L を先に求めた i_6 で電流駆動したい。このことを実現する回路図を描き、そのように駆動できる理由を説明せよ。ここで、接続とは、電子部品を既存の配線の外部に取り付けることや、既存の配線を切断し電子部品をそこに挿入することを意味する。
- (4) 図6に示す演算増幅器(OP)に、時刻 $t=0$ において駆動のための電源(電圧： $V_{CC}>0$ と $-V_{CC}$)を供給し始めたところ、出力電圧 $v_{out}(t)$ は最大振幅 $\pm V_{CC}$ で発振し始めた。 $v_{out}(t)$ の発振周期を求め、 $v_{out}(t)$ と OP の反転入力端子の電圧 $v_m(t)$ の概形を描け。なお、 $t=0$ においてキャパシタ C に電荷は存在せず、 $v_{out}(0)=V_{CC}$ とし、ダイオード $D1$, $D2$, $D3$ はすべて理想特性をもつものとする。さらに、スイッチ SW を閉じると $v_{out}(t)$ はどのような挙動をするか説明せよ。

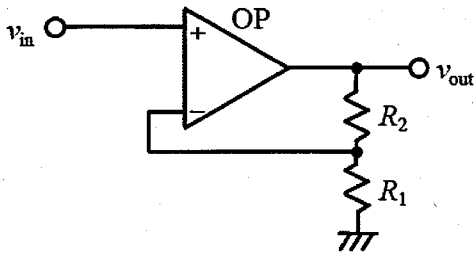


図1

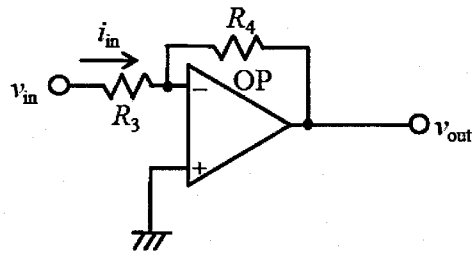


図2

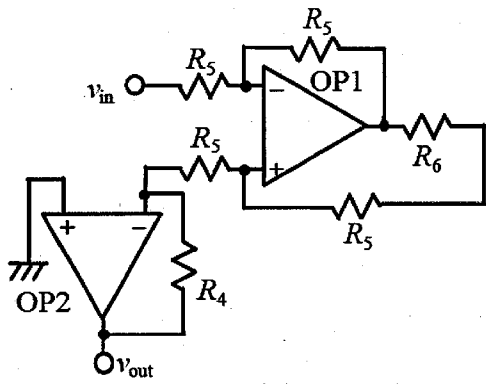


図3

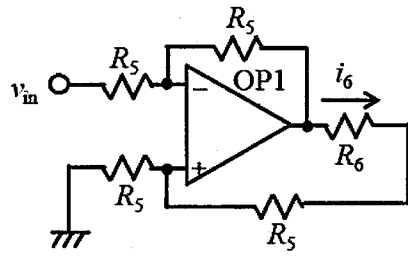


図4



図5

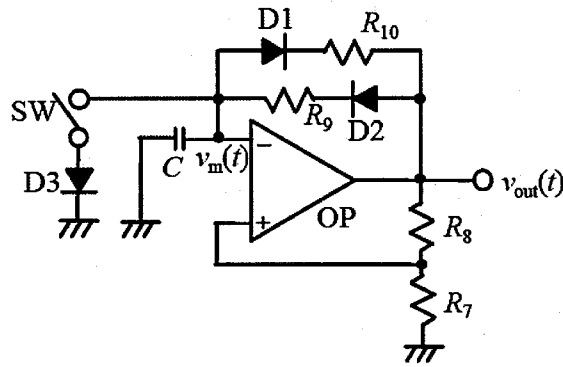


図6

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第3問

図1のブロック線図で表されるシステムに対して、以下の問いに答えよ。ただし、 u は入力、 y は出力を表す。

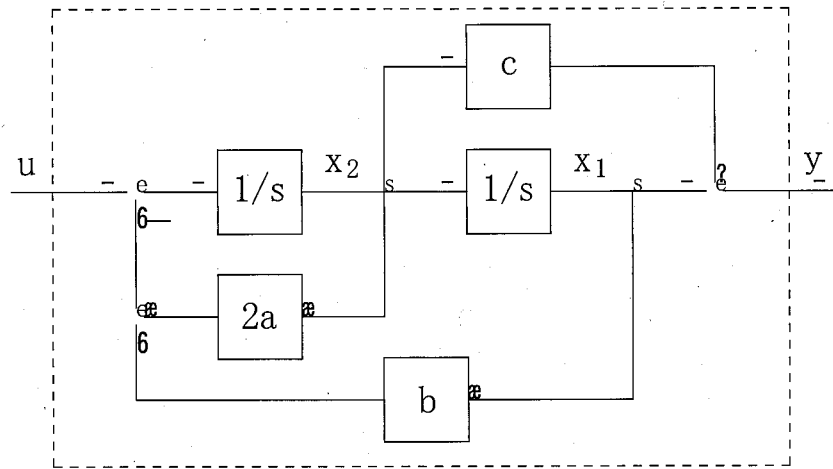


図1

- (1) 図1で表されるシステムの状態空間実現を求め、その伝達関数 $G(s)$ を示せ。
- (2) (a) $a = 11/2, b = 10, c = 1/2$ とする。このとき、 $G(s)$ のゲイン特性 $|G(j\omega)|$ のボデ線図を折れ線近似で示せ。ただし、 $j = \sqrt{-1}$ 。
- (b) 初期状態が零である図1で表されるシステムに、ステップ状の入力 $u(t)$ を加えたときの出力 $y(t)$ が

$$y(t) = 2e^{-3t} - 3e^{-t} + 1, \quad t > 0$$

であった。この観測に適合するパラメータ (a, b, c) と、加えたステップ入力の符号と大きさを求めよ。なお、そのような (a, b, c) が存在しない場合には、その理由を述べよ。

- (3) 図1で表されるシステムで、 $c = 2, b > a^2$ を仮定する。このとき、以下の問いに答えよ。
- (a) $G(s)$ に対し、 $u(t) = -ky(t)$, $k > 0$ のフィードバックを施した制御系を考える。ここで、 $a < 0$ をさらに仮定し、このフィードバック制御系の根軌跡を描き、安定条件を求めよ。

(b) $G(s)$ を安定化する積分型制御器

$$K_I(s) = \frac{1}{Ts}, \quad T > 0$$

が存在するための必要十分条件を求めよ。なお、 $G(s)$ を安定化するような積分型制御器が存在しない場合には、その理由を述べよ。

(4) 図1で表されるシステムで、 $c = 0$ を仮定する。すなわち、 $y(t) = x_1(t)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(a) $x_2(t)$ の推定値 $\hat{x}_2(t)$ を

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}z(t) &= f z(t) + g y(t) + h u(t) \\ \hat{x}_2(t) &= z(t) + \gamma y(t) \end{aligned}$$

で表される1次のシステムによって求めることを考える。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}_2(t) - x_2(t)) = 0$$

が任意の初期状態 $x_1(0)$, $x_2(0)$, $z(0)$ で成立するように、パラメータ (f, g, h, γ) を決定せよ。

(b) 問い(4)(a)で構成した $x_2(t)$ の推定値 $\hat{x}_2(t)$ を用いて、図1のシステムを内部安定にする制御器を構成せよ。

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第4問

論理関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ において、以下の論理代数方程式
 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ (*)

を満たす x_1, x_2, \dots, x_n の論理式を求めたい。ここで、 x_i は論理変数である。
 「 \cdot 」は論理積、「 \vee 」は論理和、「 $\bar{}$ 」は x の否定を表すものとして、以下の問
 いに答えよ。

(1) 簡単な例として、以下の論理代数方程式を考える。

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$
 この論理代数方程式において、 $x_1 = 1, x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ のときの f を求めよ。
 また、解 $f = 1$ が存在しないような、 x_1, x_2, \dots, x_n の値の例を1つ示せ。

(2) 任意の論理関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は以下のように展開できる。

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \bar{x}_1^{a_{1i}} \bar{x}_2^{a_{2i}} \dots \bar{x}_n^{a_{ni}} x_1^{b_{1i}} x_2^{b_{2i}} \dots x_n^{b_{ni}}$
 このことを用いて、 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ が、論理代数方程式 (*) の
 解 $f = 1$ が存在する必要十分条件であることを示せ。

(3) 問い(2)の条件下で、論理代数方程式 (*) の解 $f = 1$ を、 $\sum_{i=1}^m \bar{x}_1^{a_{1i}} \bar{x}_2^{a_{2i}} \dots \bar{x}_n^{a_{ni}} x_1^{b_{1i}} x_2^{b_{2i}} \dots x_n^{b_{ni}}$ と
 $\sum_{i=1}^m \bar{x}_1^{a_{1i}} \bar{x}_2^{a_{2i}} \dots \bar{x}_n^{a_{ni}} x_1^{b_{1i}} x_2^{b_{2i}} \dots x_n^{b_{ni}}$ を用いて、最小積和形式で表せ。

(4) 論理関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n$ は、図1に示すように排他的論理和
 と組合せ論理 $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n$ を接続することで実現できることを、問い(2)の結
 果を用いて証明せよ。また、 $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n$ を最小積和形式で表せ。

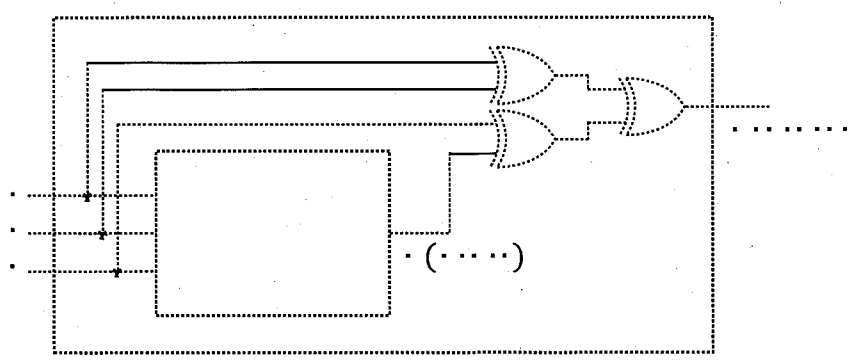


図1

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第5問

図1に示すように、反応性気体中を回転せず常に正立状態で鉛直落下する立方体微粒子について考える。時刻 t [s] における立方体微粒子の質量を $m(t)$ [kg] とすると、立方体微粒子は、 $dm(t)/dt = bt$ の反応速度式（成長速度係数 b [kg/s²]、 0 は定数）に従い、常に立方体形状を保ちつつ等方的に結晶成長する。ただし、時刻 $t=0$ における立方体微粒子の初期質量は m_0 [kg]、初速度は 0 m/s、立方体微粒子の密度は ρ [kg/m³]、重力加速度は g [m/s²] とし、鉛直下向きを座標の正方向とする。

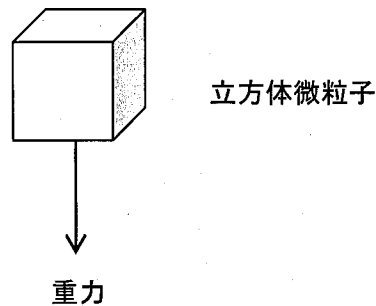


図1

- (1) 立方体微粒子の成長速度係数 $b=0$ の場合、立方体微粒子の速度 $v_1(t)$ [m/s]、 $t \geq 0$ を求めよ。ただし、落下中は速度に比例する流体抵抗を受け、流体から受ける力の速度に対する比例係数は体積や形状には依存しない一定値 c [Ns/m] とする。
- (2) 立方体微粒子と気体が正の反応性を有する $b > 0$ の場合を考える。鉛直落下する際の立方体微粒子の速度 $v_2(t)$ 、 $t \geq 0$ を求めよ。ここでは簡単化のため、立方体微粒子への流体抵抗は働かないものとする。
- (3) 反応気体中で正立状態にあるこの立方体微粒子に、鉛直下方から平行レーザー光を照射する際の、立方体微粒子の挙動を考える。平行レーザー光は単位面積当たり毎秒 $n(t)$ 個の光子を照射するとする。1光子の運動量を p [kgm/s] とし、すべての光子は立方体微粒子の底面に完全弾性衝突条件で鏡面反射し、回転モーメントは発生しないと仮定する。立方体微粒子は問い(2)に示すように結晶成長するものとする。

- (a) 立方体微粒子が平行レーザー光から受ける力の大きさ $F(t)$ [N], $t \geq 0$ を求めよ.
- (b) この立方体微粒子が平行レーザー光の照射によって, 反応気体中で常に静止浮遊するとき, 必要な単位面積当たり単位秒当たりの光子数 $n_1(t)$, $t \geq 0$ を求めよ.
- (4) 問い(1)に示す流体抵抗が働き, 問い(2)に示すように結晶成長し, 問い(3)に示すように平行レーザー光を照射されながら正立状態で反応気体中を落下する立方体微粒子が, 時刻 $t = t_1$, $t_1 \geq 0$ で速度 v_p [m/s]に到達した. この時刻以降, 常に一定速度 v_p で落下するために必要な単位面積当たり単位秒当たりの光子数 $n_2(t)$, $t \geq t_1$ を求めよ.

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第6問

図1に示すように、水平面A上に平行な直線の2本の導体でできたガイドレールが、距離 d をおいて平行に設置されており、この2本のガイドレールの上に、このガイドレールを垂直にまたぐように、質量 m の導線JKが置かれ、2本のガイドレールを電氣的に短絡している。なお、導線JKの太さは無視しうるものとする。この導線JKとガイドレールとの間には摩擦は働かず、導線JKは2本のガイドレールの上をガイドレールに対して垂直を保って滑って動くものとする。今、上記のガイドレールの片方の端は無限遠まで平行のまま伸びているものとし、また、もう一方の端は導線JKの位置から十分な距離をおいて、図1に示された回路と2つのスイッチで接続されているものとする。また、2本のガイドレールの間には、図1に示すように水平面Aと垂直な磁束密度 B の一様な磁界が存在している。なお、導線JK、および、2本のガイドレールは剛体で、外力が加わっても変形しないものとし、これらの2本のガイドレールの電気抵抗、および、導線JKの接触抵抗は無視することができるものとする。また、2本のガイドレールと導線JKで形成される回路のインダクタンス、および、ガイドレール、導線JKに流れる電流によって生じる磁界も無視しうるものとする。

以下の問いに答えよ。

- (1) 導線JKがガイドレールに沿って磁束密度 B の磁界中を速度 v で動くとき(図1で右側に動く場合を正とする)、これによって導線JKの両端に生じる起電力を求めよ。また、同様に、図1の磁束密度 B の磁界中で、導線JKにJからKの向きに i の電流が流れたとすると、この電流 i により導線JKに働く力を求めよ。
- (2) 最初にスイッチ1を電池 V_0 側に、スイッチ2を抵抗 R 側に接続し、コンデンサ C を十分に充電したのち、スイッチ1をガイドレール側に切り替える。このスイッチ1をガイドレール側に接続した時刻を $t=0$ とし、その際の導線の位置を $x=0$ とすると、導線JKの位置 x を時刻 t の関数として求めよ。なお、導線JKの抵抗は0で、 $t=0$ では導線JKは静止しているものとする。
- (3) 問い(2)で、コンデンサを十分に充電したのち、一旦、両方のスイッチを開放し、ついで、スイッチ2をインダクタンスコイル L 側に接続し、さらに、スイッチ1をガイドレール側に接続する。時刻 t における導線JKをJからKの向きに流れる電流 i 、および、導線JKの位置 x を時刻 t の関数として求めよ。た

だし、前問と同じく、導線 JK の抵抗を 0 とし、また、スイッチ 1 をガイドレール側に接続した時刻を $t=0$ とする。

- (4) 問い(3)において、導線 JK が、一様で単位長あたり r の抵抗値をもつとすると、導線 JK を流れる電流 i が振動的な変化を示すための条件、および、その際の固有振動数を求め、導線 JK を J から K の向きに流れる電流の変化の概形をグラフで示せ。

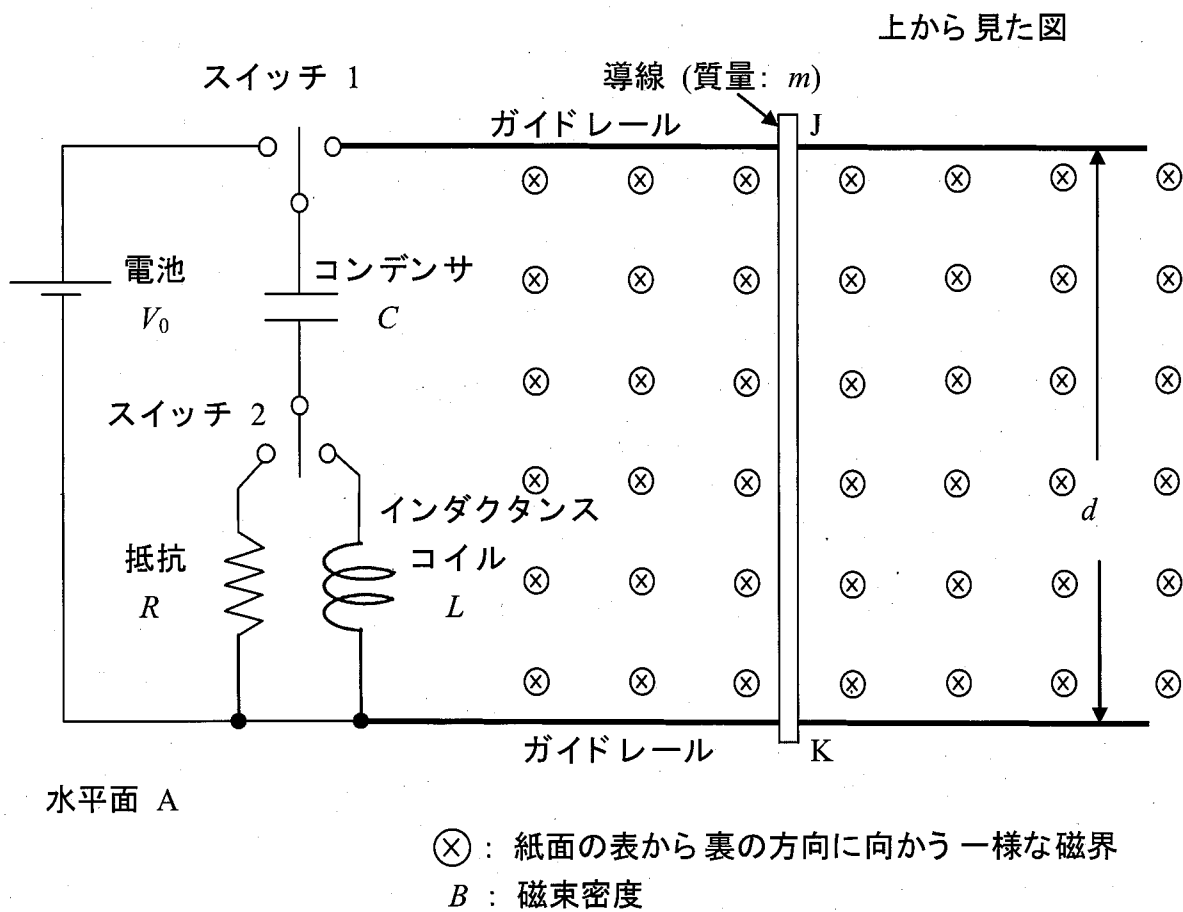


図 1

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

