平成22年度
東京大学大学院情報理工学系研究科
コンピュータ科学専攻
入学試験問題

数学

平成22年2月2日
10:00 – 12:30

注意事項

(1) 試験開始の合図があるまで, この問題冊子を開けないこと.
Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.

(2) 2 題すべてに答えよ. 問題ごとに指定された解答用紙を使用すること.
Answer the following 2 problems. Use the designated answer sheet for each problem.

(3) 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.
Do not take the answer sheets and the problem booklet out of the examination room.

下欄に受験番号を記入すること.
Fill the following blank with your examinee's number.

受験番号	No.

問題 1

実ベクトル

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ．なお，a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3, $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ はすべて実数とし，ノルムは

$$\|\boldsymbol{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

とする．

(1) $\|\boldsymbol{u} - a_1\boldsymbol{w}_1\|^2$ を最小にする a_1 を x, y, z を用いてあらわせ．

(2) $\|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\boldsymbol{w}_2\|^2$ を最小にする b_1, b_2 を x, y, z を用いてあらわせ．

(3) $\|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\boldsymbol{w}_2\|^2$ の最小値と $\|\boldsymbol{u} - c_1\boldsymbol{w}_1 - c_2\boldsymbol{w}_2 - c_3\boldsymbol{w}_3\|^2$ の最小値の大きさを比較せよ．

(4) 3 次元実ベクトル $\tilde{\boldsymbol{w}}$ で，任意の $\boldsymbol{u}$ に対して

$$\|\boldsymbol{u} - \hat{a}_1\boldsymbol{w}_1 - \hat{a}_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2 = \min \|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2$$

を満たすものを一つ構成せよ．ただし，$\|\boldsymbol{u} - a_1\boldsymbol{w}_1\|^2$ を最小にする a_1 を $\hat{a}_1$ とし，$\|\boldsymbol{u} - a_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2$ を最小にする a_2 を $\hat{a}_2$ とする．

Problem 1

Answer the following questions on real vectors

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{w}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

In the following questions, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3, $\hat{a}_1$, and $\hat{a}_2$ are real. The norm used in the following questions is defined as

$$\|\boldsymbol{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

(1) Express a_1 that minimizes $\|\boldsymbol{u} - a_1\boldsymbol{w}_1\|^2$ in terms of x, y, and z.

(2) Express b_1 and b_2 that minimize $\|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\boldsymbol{w}_2\|^2$ in terms of x, y, and z.

(3) Compare the minimum of $\|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\boldsymbol{w}_2\|^2$ and the minimum of $\|\boldsymbol{u} - c_1\boldsymbol{w}_1 - c_2\boldsymbol{w}_2 - c_3\boldsymbol{w}_3\|^2$.

(4) Find a three dimensional real vector $\tilde{\boldsymbol{w}}$ with which it holds

$$\|\boldsymbol{u} - \hat{a}_1\boldsymbol{w}_1 - \hat{a}_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2 = \min \|\boldsymbol{u} - b_1\boldsymbol{w}_1 - b_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2$$

for any $\boldsymbol{u}$. Here $\hat{a}_1$ is the value of a_1 that minimizes $\|\boldsymbol{u} - a_1\boldsymbol{w}_1\|^2$, and $\hat{a}_2$ is the value of a_2 that minimizes $\|\boldsymbol{u} - a_2\tilde{\boldsymbol{w}}\|^2$.

問題 2

X, Y, X_1, X_2, X_3 はすべて 0 または 1 を取る確率変数とする．以下の問いに答えよ．

(1) $\Pr(X=1)=0.7$ のとき，X の期待値と分散を求めよ．

(2) $\Pr(X_1, X_3 \mid X_2) = \Pr(X_1 \mid X_2)\Pr(X_3 \mid X_2)$ が成り立つとき，

$$\Pr(X_1, X_2, X_3) = \Pr(X_1)\Pr(X_2 \mid X_1)\Pr(X_3 \mid X_2) \qquad [1]$$

を示せ．

(3) X_1, X_2, X_3 に対し，[1] 式の分解が成り立ち，$\Pr(X_1=1) \neq 0$ とする．

$$\begin{aligned}\Pr(X_j = 1 \mid X_{j-1} = 0) = 0.3, \qquad (j=2,3)\\ \Pr(X_j = 1 \mid X_{j-1} = 1) = 0.9, \qquad (j=2,3)\end{aligned}$$

のとき，$\Pr(X_3 \mid X_1 = 1)$ の確率分布を求めよ．

(4) [1] 式において，X_2 を異なる確率変数 Y に置き換えた

$$\Pr(X_1, Y, X_3) = \Pr(X_1)\Pr(Y \mid X_1)\Pr(X_3 \mid Y)$$

も成り立つとする．ここで，

$$\begin{aligned}\Pr(Y=1 \mid X_1=1) &= 0.2,\\ \Pr(X_3=1 \mid Y=0) &= 0.3,\\ \Pr(X_3=1 \mid Y=1) &= 0.8\end{aligned}$$

とする．$X_1 = 1$ のときに X_3 を 5 回計測し，そのうち 4 回が 1 であったとする．このとき，このデータは $\Pr(X_1, X_2, X_3)$, $\Pr(X_1, Y, X_3)$ のどちらの確率分布から得られたと考えられるか考察せよ．

Problem 2

Any of X, Y, X_1, X_2, and X_3 is a random variable taking either 0 or 1. Answer the following questions.

(1) Calculate the expectation and the variance of X for $\Pr(X = 1) = 0.7$.

(2) Show that it holds

$$\Pr(X_1, X_2, X_3) = \Pr(X_1)\Pr(X_2 \mid X_1)\Pr(X_3 \mid X_2) \qquad [1]$$

when $\Pr(X_1, X_3 \mid X_2) = \Pr(X_1 \mid X_2)\Pr(X_3 \mid X_2)$ holds.

(3) Assume [1] for X_1, X_2, and X_3. Also assume $\Pr(X_1 = 1) \neq 0$. Determine the distribution of $\Pr(X_3 \mid X_1 = 1)$ when

$$\begin{aligned} \Pr(X_j = 1 \mid X_{j-1} = 0) = 0.3 \qquad (j = 2, 3), \\ \Pr(X_j = 1 \mid X_{j-1} = 1) = 0.9 \qquad (j = 2, 3). \end{aligned}$$

(4) Assume that the equation [1] is also true, where X_2 is replaced with a new random variable Y

$$\Pr(X_1, Y, X_3) = \Pr(X_1)\Pr(Y \mid X_1)\Pr(X_3 \mid Y),$$

and we have

$$\begin{aligned} \Pr(Y = 1 \mid X_1 = 1) &= 0.2, \\ \Pr(X_3 = 1 \mid Y = 0) &= 0.3, \\ \Pr(X_3 = 1 \mid Y = 1) &= 0.8. \end{aligned}$$

Suppose that $X_3 = 1$ is observed four times out of five trials given $X_1 = 1$. Which distribution of $\Pr(X_1, X_2, X_3)$ or $\Pr(X_1, Y, X_3)$ is more likely for those data?

平成22年度
東京大学大学院情報理工学系研究科
コンピュータ科学専攻
入学試験問題

専門科目 I

平成22年2月3日
10:00 – 12:30

注意事項

(1) 試験開始の合図があるまで, この問題冊子を開けないこと.
Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.

(2) 3 題すべてに答えよ. 問題ごとに指定された解答用紙を使用すること.
Answer the following 3 problems. Use the designated answer sheet for each problem.

(3) 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.
Do not take the answer sheets and the problem booklet out of the examination room.

下欄に受験番号を記入すること.
Fill the following blank with your examinee's number.

受験番号	No.

問題 1

$[-1,1]$ で定義された連続微分可能な実関数 $f(x)$ の積分

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx$$

の数値計算を考える．以下の問いに答えよ．なお以下では,

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

である．

(1) 等間隔に $x_0 = -1$, $x_1 = -1/2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1/2$, $x_4 = 1$ と点を取り，$a_i = f(x_i)$ $(i = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ とする．多項式 $p(x)$ を，$p(x_i) = a_i$ $(i = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ をみたす 4 次以下の補間多項式とする．

$$I_p = \int_{-1}^{1} p(x)dx$$

を a_i $(i = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ であらわせ．

(2) $b = f(-1)$, $c = f(0)$, $d = f(1)$, $b' = f'(-1)$, $d' = f'(1)$ とする．多項式 $q(x)$ を，$q(-1) = b$, $q(0) = c$, $q(1) = d$, $q'(-1) = b'$, $q'(1) = d'$ をみたす 4 次以下の補間多項式とする．

$$I_q = \int_{-1}^{1} q(x)dx$$

を b, c, d, b', d' であらわせ．

(3) 関数 $f(x)$ が単項式 $f(x) = x^k$ であるとする．$I \neq I_p$ となる最小の正整数 k はいくつか．また，$I \neq I_q$ となる最小の正整数 k はいくつか．

Problem 1

Consider numerical integration of a differentiable real function $f(x)$ defined on $[-1, 1]$

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx.$$

Answer the following questions. In the following questions, $f'(x)$ represents

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}.$$

(1) Assume equidistant points $x_0 = -1$, $x_1 = -1/2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1/2$, and $x_4 = 1$, and let $a_i = f(x_i)$ for $i = 0$, 1, 2, 3, and 4. Let $p(x)$ be the fourth (or less) degree interpolation polynomial that satisfies $p(x_i) = a_i$ for $i = 0$, 1, 2, 3, and 4. Express

$$I_p = \int_{-1}^{1} p(x)dx$$

in terms of a_i ($i = 0$, 1, 2, 3, 4).

(2) Let $b = f(-1)$, $c = f(0)$, $d = f(1)$, $b' = f'(-1)$, and $d' = f'(1)$. Let $q(x)$ be the fourth (or less) degree interpolation polynomial that satisfies $q(-1) = b$, $q(0) = c$, $q(1) = d$, $q'(-1) = b'$, and $q'(1) = d'$. Express

$$I_q = \int_{-1}^{1} q(x)dx$$

in terms of b, c, d, b', and d'.

(3) Assume that the function $f(x)$ is a monomial $f(x) = x^k$. Give the minimum positive integer k which provides $I \neq I_p$. Also give the minimum positive integer k which provides $I \neq I_q$.

問題 2

ある問題 $\mathcal{P}$ のある入力 x に対する解を $output(\mathcal{P}, x)$ と書くものとする．また，二つの問題 $\mathcal{P}$ と $\mathcal{Q}$ が以下の条件を満たしているとき，$\mathcal{P} \propto \mathcal{Q}$ とあらわすものとする．

条件: すべてのあり得る $\mathcal{P}$ の入力 x に対し，$output(\mathcal{P}, x) = f(output(\mathcal{Q}, g(x)))$ となるような，いずれも x のサイズに対し多項式時間で計算可能な関数 f, g が存在する．

このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 問題 $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$, $\mathcal{A}_5$ が，

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{A}_1 & \propto & \mathcal{A}_2 \\ \mathcal{A}_2 & \propto & \mathcal{A}_3 \\ \mathcal{A}_3 & \propto & \mathcal{A}_4 \\ \mathcal{A}_4 & \propto & \mathcal{A}_2 \\ \mathcal{A}_4 & \propto & \mathcal{A}_5 \end{array}$$

の 5 つの条件を満たし，問題 $\mathcal{A}_3$ は多項式時間で計算可能であるものとする．このとき，問題 $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$, $\mathcal{A}_5$ の中で，多項式時間で計算可能でない可能性がある問題があるならば，それをすべて挙げよ．

(2) 計算量クラス NP-complete とはどういうクラスか説明せよ．

(3) 以下の二つの問題 $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ が $\mathcal{A} \propto \mathcal{B}$ を満たすことを示せ．

問題 $\mathcal{A}$: 与えられた無向グラフ $G = (V, E)$ と整数 k に対し，G 上にサイズ k 以上のクリークが存在するかどうかを判定し，あればそのクリークをひとつ出力する問題．なお，クリークとは，すべての点間に枝があるような部分グラフのことである．

問題 $\mathcal{B}$**:** 与えられた無向グラフ $G = (V, E)$ と整数 k に対し，E のすべての枝についていずれかの端点が V' に含まれているような V の部分集合 V' で，サイズが k 以下のものが存在するかどうかを判定し，あればその部分集合をひとつ出力する問題．

(4) 問い (3) の問題 $\mathcal{A}$ は NP-complete に属することが知られている．このことを利用し，問題 $\mathcal{B}$ が NP-complete であることを示せ．

Problem 2

Let $output(\mathcal{P}, x)$ denote the solution to a problem $\mathcal{P}$ for an input x. Also, let $\mathcal{P} \propto \mathcal{Q}$ denote that the two problems $\mathcal{P}$ and $\mathcal{Q}$ satisfy the following condition.

Condition: There exist functions f and g such that $output(\mathcal{P}, x) = f(output(\mathcal{Q}, g(x)))$ for all the possible inputs x for $\mathcal{P}$, and both f and g are computable in time polynomial to the size of x.

Answer the following questions.

(1) Suppose that problems $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$ and $\mathcal{A}_5$ satisfy the following 5 conditions:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &\propto \mathcal{A}_2 \\ \mathcal{A}_2 &\propto \mathcal{A}_3 \\ \mathcal{A}_3 &\propto \mathcal{A}_4 \\ \mathcal{A}_4 &\propto \mathcal{A}_2 \\ \mathcal{A}_4 &\propto \mathcal{A}_5 \end{aligned}$$

and also suppose that the problem $\mathcal{A}_3$ is solvable in polynomial time. Among $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$ and $\mathcal{A}_5$, list all the problems that may not be solvable in polynomial time, if any.

(2) Explain what the computational complexity class 'NP-complete' is.

(3) Show that the following two problems $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ satisfy $\mathcal{A} \propto \mathcal{B}$.

Problem $\mathcal{A}$: Given an undirected graph $G = (V, E)$ and an integer k, determine whether there exists a clique whose size is larger than or equal to k, and output one if any. Note that a clique is a subgraph in which there is an edge between any pair of vertices.

Problem $\mathcal{B}$: Given an undirected graph $G = (V, E)$ and an integer k, determine whether there exists a subset V' of V such that either of the terminal vertices of all the edges in E is contained in V' and the size of V' is less than or equal to k. Output one if any.

(4) The problem $\mathcal{A}$ in question (3) is known to be in NP-complete. Using this fact, show that the problem $\mathcal{B}$ is also in NP-complete.

問題 3

$G=(V,E)$ を有向グラフとする．任意のノード $v \in V$ は，ルート $r \in V$ から到達可能とする．$A \subseteq V$ は，受理ノードと呼ばれるノードの集合とする．G 内のループに含まれる受理ノードを失敗ノードと呼ぶ．以下は失敗ノードの存否を調べる手続きである．

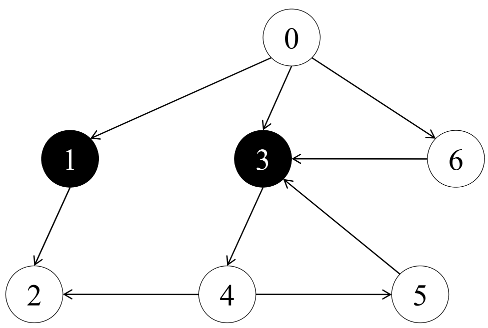
> $V_1 := \emptyset$; $V_2 := \emptyset$
> **procedure** *search0*(v):
>   **if** $v \in V_1$ **then return**
> $V_1 := V_1 \cup \{v\}$
>   **for each** successor u of v **do** *search0*(u)
>   *search1*(v)
> **procedure** *search1*(v):
>   **if** $v \in A$ **then for each** successor u of v **do** *search2*(v, u)
> **procedure** *search2*(a, v):
>   **if** $v = a$ **then found**
>   **if** $v \in V_2$ **then return**
> $V_2 := V_2 \cup \{v\}$
>   **for each** successor u of v **do** *search2*(a, u)

v から u へのエッジが存在するとき，u を v の successor と呼ぶ．

> **for each** successor u of v **do** P

という文は，v の各々の successor u に対して，P を実行することを意味する．Successor はグラフごとに定まった順番で選ばれるとする．

(1) 以下の具体的なグラフ G に対して，*search0*(r) を呼び出す．r は 0 番のノードで，$A=\{1,3\}$ とする．**found** が呼ばれたときの V_1 と V_2 の内容を示せ．なお，番号の若い successor の方が先に選ばれるとする．



(2) *search0*(r) の実行中，*search1*(v) が *search1*(w) よりも先に呼び出されるときに，$v < w$ と定義する．失敗ノードのうち，$<$ に関して最小のものを a_0 とする．$a \in A$ かつ $a < a_0$ のとき，a から到達可能なノードは，a_0 を含むループに含まれないことを示せ．

(3) 失敗ノードが存在するならば，*search0*(r) の実行中に **found** が呼び出されることを示せ．

Problem 3

Let $G = (V, E)$ be a directed graph. Each node $v \in V$ is assumed reachable from the root $r \in V$. Let $A \subseteq V$ be a set of nodes called *accept nodes*. An accept node is called a *failure node* if it is contained in some loop in G. Following are procedures to check the existence of a failure node.

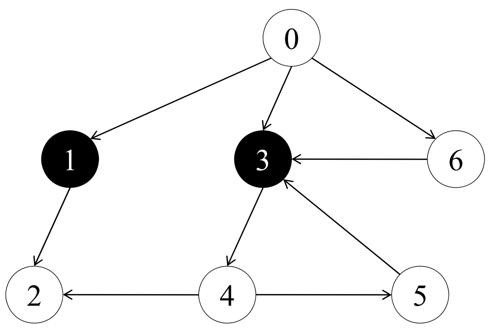
$V_1 := \emptyset$; $V_2 := \emptyset$
procedure *search0*(v):
  if $v \in V_1$ **then return**
  $V_1 := V_1 \cup \{v\}$
  for each successor u of v **do** *search0*(u)
  search1(v)
procedure *search1*(v):
  if $v \in A$ **then for each** successor u of v **do** *search2*(v, u)
procedure *search2*(a, v):
  if $v = a$ **then found**
  if $v \in V_2$ **then return**
  $V_2 := V_2 \cup \{v\}$
  for each successor u of v **do** *search2*(a, u)

If there exists an edge from v to u, u is called a *successor* of v. The statement

for each successor u of v **do** P

means that P is executed for each successor u of v. Successors are chosen in some order defined for each graph.

(1) Let *search0*(r) be called on the following concrete graph G, where r is the node 0, and $A = \{1, 3\}$. Show the contents of V_1 and V_2 when **found** is called. We assume that successors with smaller numbers are chosen first.



(2) Let $v < w$ be true if and only if *search1*(v) is called before *search1*(w) during the execution of *search0*(r). Among the failure nodes, the smallest with respect to $<$ is denoted by a_0. Show that if $a \in A$ and $a < a_0$, then any node reachable from a is not contained in a loop containing a_0.

(3) Show that if there exists a failure node, then **found** is called during the execution of *search0*(r).

平成22年度
東京大学大学院情報理工学系研究科
コンピュータ科学専攻
入学試験問題

専門科目 II

平成22年2月3日

13:30 – 16:00

注意事項

(1) 試験開始の合図があるまで, この問題冊子を開けないこと.
Do not open this problem booklet until the start of the examination is announced.

(2) 3 題すべてに答えよ. 問題ごとに指定された解答用紙を使用すること.
Answer the following 3 problems. Use the designated answer sheet for each problem.

(3) 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.
Do not take the answer sheets and the problem booklet out of the examination room.

下欄に受験番号を記入すること.

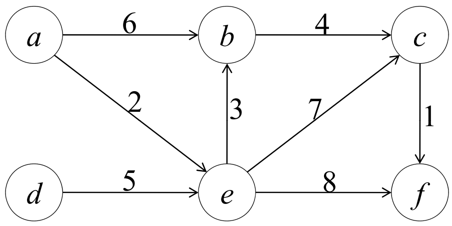
Fill the following blank with your examinee's number.

受験番号	No.

問題 1

閉路のないグラフにおける最長経路を求める問題を考える．

(1) 以下のグラフにおいて頂点 a から各頂点への最長経路とそのコストを示せ（結論のみでよい）．経路がない場合コストは $-\infty$ とせよ．



(2) 閉路のないグラフにおける 1 点から全点への最長経路を効率よく求めるアルゴリズムについて説明せよ．そのアルゴリズムで (1) の問題を解いたときの過程を示せ．

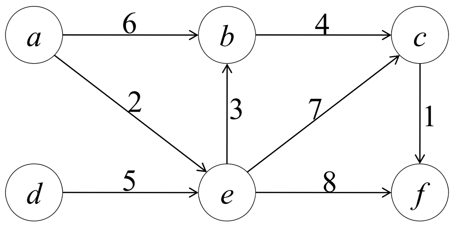
(3) (2) のアルゴリズムの時間計算量を示せ．

(4) 数直線上に n 個の区間 $[x_i^-, x_i^+] = I_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ の集合 J が与えられたとき，互いに交わらない区間からなる J の部分集合で，要素数が最大のものを求めるアルゴリズムを与えよ．

Problem 1

Consider the longest path problem in a given directed acyclic graph.

(1) Show the longest paths and their costs from the vertex a to all vertices in the following graph. (Show the results only.) Let the cost be $-\infty$ if there is no path.



(2) Explain an algorithm that efficiently computes the longest paths from a given vertex to all vertices in a directed acyclic graph. Show how your algorithm runs for the graph in question (1).

(3) Show the time complexity of the algorithm in question (2).

(4) Suppose that a set J of n intervals $[x_i^-, x_i^+] = I_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ on the number line is given. Explain an algorithm that efficiently computes the maximal subset that consists of mutually disjoint intervals in J.

問題 2

$G = (V, T, P, S)$ を文脈自由文法とする．ここで，V は変数（非終端記号）の集合，T は終端記号の集合，P は生成規則の集合，S は開始記号である．$L(G)$ は G から生成される文脈自由言語を表すものとする．ある記号列 $w \in L(G)$ に対して，w を導出する 2 つ以上の異なる G の導出木が存在するとき，文脈自由文法 G は曖昧であるという．

(1) $G = (V, T, P, S)$ を次の生成規則からなる文脈自由文法とする．ただし，$V = \{S\}, T = \{a, b\}$ である．

$$S \to aSb \mid abS \mid \varepsilon$$

  (a) G は曖昧であることを証明せよ．

  (b) $L(G)$ を生成する曖昧でない文脈自由文法を作れ．

(2) 任意の正則言語は曖昧でない文脈自由文法から生成されることを証明せよ．

Problem 2

Let $G = (V, T, P, S)$ be a context-free grammar, where V is the set of variables (non-terminal symbols), T is the set of terminal symbols, P is the set of productions, and S is the start symbol. $L(G)$ denotes the context-free language generated by G. We say that G is ambiguous if there is a string $w \in L(G)$ which is derived from at least two distinct derivation trees.

(1) Let $G = (V, T, P, S)$ be a context-free grammar with $V = \{S\}$ and $T = \{a, b\}$ which has the following productions:

$$S \to aSb \mid abS \mid \varepsilon$$

  (a) Prove that G is ambiguous.

  (b) Construct a context-free grammar that is not ambiguous and whose language equals $L(G)$.

(2) Prove that every regular language is generated by a context-free grammar which is not ambiguous.

問題 3

同一計算機上において，以下のクライアントとサーバの間のプロセス間通信の仕様が与えられたとする．

- サーバプロセスとクライアントプロセスは通信の開始に当たってコネクションを確立しなければならない．また，通信終了時にはコネクションを開放しなければならない．
- サーバプロセスは任意のクライアントプロセスからのコネクション確立要求を受け付ける．クライアントプロセスがサーバプロセスとコネクションを確立するときは，サーバプロセスの識別子 (32bit) を用いる．
- 2 つのプロセス間のコネクションは，一つしか確立できない．しかし，プロセスは，複数のプロセスと同時に複数のコネクションを確立することができ，これらのコネクションを用いて同時に通信することができる．
- 送信プリミティブは，1024 バイト以下のメッセージが送れる．
- 受信プリミティブは，少なくとも，受信バッファアドレスと受信バッファサイズ（バイト数）を引数にとる．受信プリミティブはメッセージを受信すると，受信バッファサイズ以下の受信データを受信バッファに格納する．

以下の問いに答えよ．

(1) 本仕様を満たすプリミティブ群を設計せよ．プリミティブ群のインターフェイスを C 言語で記述し，正常動作時の意味を簡潔に定義せよ．

(2) 上記各プリミティブにおいて，どのようなエラーが生じうるか．エラーの種類とその意味を説明せよ．

(3) 設計したプリミティブ群を使い，以下の仕様を満たすサーバプログラムを C 言語で記述せよ．クライアントプログラムを記述する必要はない．

  - クライアントは，サーバとのコネクションが確立すると，2^{32} バイト未満の任意長の文字列をサーバに送信してくる．文字列の長さは 32bit 整数値で表現され，送信データの先頭 4 バイトに長さ情報が格納され，その後に文字列が送信される．
  - サーバは，クライアントとのコネクション確立の後，クライアントから送られてくる文字列を受信する．文字列の各文字の排他論理和を取り，その結果 (8bit) をクライアントに送る．その後，コネクションを閉じ，他のクライアントからの要求を待つ．

Problem 3

Suppose that the following specifications of inter-process communication between a client and a server on a single computer are given.

- Both the server and the client processes must establish a connection before they start a communication. After the communication ends, they must release the connection.
- The server process accepts a request to establish a connection from any client process. A client process establishes a connection with the server process using the server process identifier (32bit).
- Between two processes only one connection can be established for a communication. However, each process may establish several connections with several processes concurrently, and it may communicate with those processes using those connections.
- A message up to 1024 bytes can be sent with the send primitive.
- The receive primitive takes at least the receive buffer address and the receive buffer size in byte as parameters, and it stores the data contained in the incoming message to the receive buffer up to the receive buffer size.

Answer the following questions.

(1) Design a set of primitives that satisfies the above specifications. The program interfaces must be written in the C language, and their semantics under the normal condition should be described concisely.

(2) The primitives designed above might cause some errors. Describe those errors and explain their meanings.

(3) Using the primitives designed above, write a server program that satisfies the following specifications in the C language. It is not required to write a client program.

- A client sends a string of characters of arbitrary length less than 2^{32} bytes to the server after establishment of a connection with the server. The length of the string is represented by a 32-bit integer, which is sent in the first four bytes of the first message.
- The server receives a string of characters after establishment of a connection with a client. The server calculates the exclusive-OR of all characters in the string, and sends the result (8bit) to the client. After that, the server closes the connection, and waits for a request from another client.