

# 巨大なメッシュに対する等方的なメッシュ簡略化法

RA 森口昌樹

情報理工学系研究科数理情報学専攻

## 概要

近年では非常に詳細なメッシュが得られるようになった。そして、それらのメッシュを効率よく処理するために、メッシュ簡略化の研究が行われてきた。数値計算などにおいては等方的なメッシュが望ましいため、等方的なメッシュへの簡略化も研究が行われている。本研究は、等方的な簡略化メッシュの効率的な作成法に関するものである。また、本研究では、メモリに収まり切らない巨大なメッシュの簡略化を行う、Out-of-Core 簡略化法に関する研究も行った。

## 1 はじめに

三角形メッシュは三次元形状を表現するために広く用いられている。そして近年では、数百万ものポリゴンを持つ詳細なメッシュが珍しいものではなくってきた。それらのメッシュを処理するには非常に多くの時間がかかってしまうため、詳細なメッシュを簡略化する方法が研究されてきた。また、数値計算を行う際には等方的なメッシュが望ましい。そのため我々は、等方的な簡略化メッシュを効率的に作成する方法を研究した。

また、数千万から数億ものポリゴンを持つ非常に詳細なメッシュが得られるようになってきたが、このようなメッシュは物理メモリに収まり切らないほどの大きさである。既存のメッシュ処理アルゴリズムは、メッシュがメモリに収まることを前提としているため、巨大なメッシュに適用すると実用的でないほどの実行時間がかかってしまう。その対策として本研究では、Out-of-Core 簡略化法に関する研究も行った。

## 2 重心ボロノイ図

重心ボロノイ図とは、各母点がそれぞれのボロノイ領域の重心と一致するようなボロノイ図のことである [1]。重心ボロノイ図は、母点の数が多くなるにつれてボロノイ領域は正六角形に近づく（その双対であるドロネー三角形は正三角形に近づく）という性質を持つので、等方的なメッシュ生成に利用できる。つまり、詳細メッシュ上で重心ボロノイ図を作成し、その双対を取ることでより等方的なメッシュが得られる。

近似的に離散ボロノイ図を計算し、効率的に重心ボロノイ図を作成する方法があり [4]、本研究もこの方法を元に行っている。離散ボロノイ図はクラスタリングに対応し、重心ボロノイ図は  $k$ -means クラスタリングに対応している。重心ボロノイ図は Lloyd 法によって、 $k$ -means クラスタリングは  $k$ -means 法によって計算することができる ( $k$ -means 法は Lloyd 法の離散版に対応している)。

## 3 初期メッシュ生成法

Lloyd 法 ( $k$ -means 法) は、初期母点 (初期メッシュ) を入力として、次の 2 ステップを繰り返す:

- 1) 与えられた母点のボロノイ図を作成し、
- 2) 母点をそれぞれのボロノイ領域の重心に更新する。

各ステップで計算されるボロノイ図は重心ボロノイ図へと収束していくが、収束の速さは初期母点に依存する。初期母点は詳細メッシュ上にランダムに散布させることが多いが、効率的に重心ボロノイ図を計算するには、初期母点がある程度等方的に分布していることが必要である。本研究で

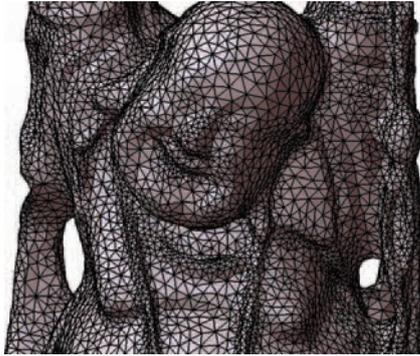


図 1: Edge collapse 簡略化法を利用した初期化メッシュ.

は二通りの初期メッシュ生成法を提案した. いずれの方法も, メッシュ簡略化に用いられる edge collapse 簡略化法 [2] を利用している.

**Ward 法** 一つ目の方法は, 階層的クラスタリングで用いられる Ward 法を適用したもので, 各段階でクラスタ内分散の和が最小になるように edge collapse を行った.

**Sizing Function** 二つ目の方法は, メッシュ上に sizing function を設定しそれに基づいて edge collapse を適用する方法である. これにより初期メッシュの辺長の制御することができ, ある程度の等方性を持った初期メッシュが得られる (図 1).

どちらの方法も, Lloyd 法の初期化によく用いられるランダムサンプリングおよび最遠点サンプリングよりもよい結果が得られた (Lloyd 法の収束が速かった).

## 4 幾何的誤差

メッシュ生成アルゴリズムは, 新しい頂点の位置を詳細メッシュ上にとることが多く, 本研究でもそのようにしている. しかし, これでは詳細メッシュと簡略化メッシュの幾何的誤差が大きくなってしまふ. 等方性をできるだけ保ちつつ幾何的誤差を減少させるために, Lloyd 法に次のような変更を加える. Lloyd 法の各反復において母点を更新するが, 簡略化メッシュの体積が詳細メッシュのものとは変化しないように制約を加える. つまり, 母点をボロノイ図の重心に更新するのではなく, 制約付き重心に更新するのである.

## 5 Out-of-Core 簡略化法

重心ボロノイ図を利用した等方的な簡略化メッシュ作成法を, Out-of-Core 化するための概略を以下に述べる.

データがメモリに入り切らないので, 一度に利用できるのは局所的なデータだけである. そのため非局所的なデータアクセスが必要な Lloyd 法ではなく, 局所的に計算を行える online  $k$ -means 法 [4] を用いて重心ボロノイ図を計算する.

メッシュのデータ構造には, 巨大なメッシュに対して効率的にストリーミング処理を行える streaming mesh [3] を利用する. まず詳細メッシュを streaming mesh として表現する. そして streaming mesh simplification [3] を行って初期化メッシュを作成する. この初期化メッシュも streaming mesh として表現する. それから, この二つの streaming mesh を同時にシーケンシャルアクセスしながらバッファ内の領域に対して online  $k$ -means 法を適用し (double streaming と呼ぼう), 初期化メッシュの頂点座標・接続構造を修正する. この double streaming を何回か繰り返すことにより, 重心ボロノイ図が作成できる. この方法は, 詳細メッシュと簡略化メッシュの両方がメモリに入り切らない大きさの場合も処理できる.

## 参考文献

- [1] Du, Q., Faber, V., and Gunzburger, M. Centroidal Voronoi tessellations: applications and algorithms. *SIAM Review*, 41 (4): 637–676, 1997.
- [2] Hoppe, H. Progressive meshes. In *Proceedings of SIGGRAPH*, 99–108, 1996.
- [3] Isenburg, M. and Lindstrom, P. Streaming meshes. In *Proceedings of Visualization*, 231–238, 2005.
- [4] Valette, S. and Chassery, J.-M. Approximated centroidal Voronoi diagrams for uniform polygonal mesh coarsening. In *Proceedings of Eurographics*, 381–389, 2004.