

揺動散逸原理に基づく時系列データの非線形構造 の解析と超ロバストなモデル化

岡部靖憲 堀田武彦 松浦真也

情報理工学系研究科数理情報学専攻

概要

「モデルリスクの回避」を数理工学的に正面から取り上げ、「物理原理」に替わる「数理原理」を時系列解析において確立する。非平衡統計物理学における揺動散逸定理の数学的構造を抽出し、それを「揺動散逸原理」として、時系列解析における「モデリング」の指導原理として高める。揺動散逸原理に基づいて、時系列データの定常性・異常性・因果性・決定性を検証し、超ロバストな解析技術の開発とその地球科学・治水工学・医学・金融工学への応用をめざす。さらに、その「モデル」から「データ」の奥に潜む法則の発見とその確立を目指す。標語的に言えば、「空即是色 色即是色」である。

1 目的

複雑系とは、地球・社会・人間・生体などにおける多数の多様な要素からなるシステムでまとまりのある挙動を示し安定して存在するものを言う。当研究では、地震波・オーロラ・磁気嵐・河の流出量等の自然現象、脳波・心電図等の生命現象、マネーサプライ・円の為替レート・株価等の経済現象の三つの複雑系現象に現れる時系列を扱う。

複雑系現象を調べる既存の時系列解析は、自己回帰モデルあるいはカオスモデル等を用いるなど時系列データの定常性・決定性を暗黙に仮定している。複雑系現象を表現する時系列データを解析する際に、定常性・決定性が成立するか否かはモデルの信憑性、時系列データの背後に潜む複雑系

現象の構造の抽出と予測精度の観点から、本質的に重要な問題である。

本研究は四つの柱から成り立つ。一つは理論的な研究として、離散時間の確率過程に付随するイノベーションを構成的に求め、可能な離散モデルの形を決定する。それに基づいて、 KM_2O -ランジュヴァン方程式の揺動過程に対する非線形解析を行い、時系列データに対する超ロバストなモデル化の基礎を作る。その理論的な応用として、信号過程と観測過程よりなる非線形なシステムに対する非線形フィルターを計算する超ロバストなアルゴリズムを求める。

二つは複雑系現象の希少事象の異常発現を複雑系現象の一つの表現である時系列データの定常性の破れと定義し、定常性の破れの度合いで異常性を検出する異常性のテスト $\text{Test}(ABN)$ を用いることによって、時系列データの異常性の発現あるいは兆候をリアルタイムで検出するシステムを開発する点である。

三つは複雑系現象の数理解モデルの構築において、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論に基づく定常性の検証 $\text{Test}(S)$ ・決定性の検出 $\text{Test}(D)$ ・因果性の検出 $\text{Test}(CS)$ を施すことによって、時系列データの定常性・決定性・因果性を検証し、複雑系時系列データに対する超ロバストなモデル化を行う。

四つはその超ロバストなモデルに基づき、複雑系時系列データの将来の挙動を予測する。

2 方法論

Kalman-Buchy の線形推定問題の研究以後、信号過程と観測過程からなる非線形なシステムに対

し、その非線形なシステムを線形近似することによって得られた拡張された Kalman フィルター等非線形フィルターを計算するアルゴリズムを求める研究が行われている。離散時間の確率過程に付随するイノベーションを構成的に求め、可能な離散モデルの形を決定する。その研究は非線形推定問題の完全解決に必要である。現在、イノベーションを用いて表現された非線形なシステムに対しては、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論を用いることによって、非線形なシステムを線形近似するのではなく、条件付平均で表現された非線形フィルターを観測過程に付随する非線形情報空間の生成系を用いて具体的に計算する方法をとり、非線形フィルターを計算するアルゴリズムを求めることに成功している。このアルゴリズムを実行する超ロバストな計算法を開発する。

統計学には変化点解析という手法があり、地震波の P-波と S-波の到達時刻を定めるのに用いられてきた。それは、地震波の時系列データを適当に 2 分割した時間枠で各々 AR モデルを当てはめ、それらの局所的に定常な AR モデルの赤池情報量が最小となる分割点を求めることによって、地震波の P-波と S-波の到達時刻を探す研究が行われている。その方法には何故局所的 AR モデルを用いるかの必然性はなく、また探したい P-波と S-波の到達時刻をそれらの前後の時系列データを用いる点は地震の前兆を探す研究には有効ではない。本研究では、時系列データの異常性を定常性の破れと捕らえ、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論における非線形情報空間のさまざまな生成系を用いて、定常性の度合いを調べることによって、時系列データの異常性の前兆を捕らえるテストの基準の統計的基準を求め、リアルタイムでそれを実行するソフトを開発する。

離散時間の確率過程の時間発展をイノベーションを用いて統一的に記述するモデルに基づいて、 KM_2O -ランジュヴァン方程式の揺動過程に対する非線形解析を行い、時系列データに対する超ロバストなモデル化の基礎を作る。さらに、それに基づいて、上記の定常性・異常性・決定性・因果性の解析ソフトを用いて、複雑系時系列データに対する超ロバストなモデル化を行う。

さらに、その超ロバストなモデルに基づき、

KM_2O -ランジュヴァン方程式論における非線形予測公式と非線形推定公式を用いて、複雑系時系列データの将来の挙動を予測する。さらに、その超ロバストなモデルから「データ」の奥に潜む法則の発見とその確立を目指す。

3 研究の学術的な特色・独創的な点及び予想される結果と意義

複雑系現象の数理モデルの構築において、天下一的にモデルを立てるのではなく、与えられた時系列データに Test(S)・Test(ABN)・Test(D)・Test(CS) を施すことによって、時系列データの定常性・異常性・因果性・決定性を検証し、時系列データに対する客観的なモデルを構築し、そのモデルに基づき予測を行う当該研究は、従来の時系列解析にはない新しい方法を与える。本研究におけるアルゴリズムのシステム化は、これまで困難であった実世界の様々な時系列データの定常性・決定性・因果性等の構造解析、予測・予知、診断、異常検出等が可能となるため、多くの時系列データの解析と関連した新しい産業創出の基盤技術となると思われる。また、本研究を発展させることができれば、複雑系現象を数学的に解析する糸口を見いだすことができ、数学が本来持っていた実証科学としての姿を取り戻すことになり、「データからモデルへ」という姿勢で複雑系現象の数理工学的研究を行う新しい分野が開拓される可能性があり、その学術的・社会的意義は大きいと思われる。

4 国内外の関連する研究の中での当研究の位置づけ

「モデルからデータへ」の姿勢でデータの定性的な性質をモデルの定性的な解析結果から説明する研究は今までに多いが、「データからモデルへ」の姿勢でモデルの定性的な性質をデータから検証することによって、データの奥に潜むモデル等の定性的な性質をい必要条件として導く点が本研究の特徴である。その応用として、複雑系現象の異

常性の前兆を捕まえる異常解析は「データからモデルへ」の姿勢を通じて可能なことだと思われる。

5 今までの研究成果

今まで、非平衡統計物理学における揺動散逸定理の数学的構造を調べ、退化した弱定常過程に対する KM_2O -ランジュヴァン方程式論を建設し、マサニ・ウィーナ以後未解決であった強定常過程に対する非線形予測問題を解決した。さらに、揺動散逸定理を時系列解析の指導原理として、時系列の定常性・異常性・因果性・決定性を検証する $\text{Test}(S)$ ・ $\text{Test}(ABN)$ ・ $\text{Test}(D)$ ・ $\text{Test}(CS)$ を提案し、これらのテストを実行する統合化システムを開発した。

具体的には、非退化な弱定常過程に対する KM_2O -ランジュヴァン方程式論を用いて、多次元の非退化な弱定常過程に対する非線形予測子を求めるアルゴリズムを求めた。さらに、数学的に法則の分かる時系列データに $\text{Test}(S)$ ・ $\text{Test}(D)$ を適用し、その結果を理論的研究にフィードバックして、上記2テストの基準を統計的に確かなものにした。この結果を麻疹と水疱瘡の疫病データに適用し、どちらのデータも時間発展は決定的であるが、麻疹はカオス的、水疱瘡はカオスではないことをアテネでの国際会議で発表した。これはネイチャーの Sugihara-May の論文で提出された時系列データの決定性の判定基準の問題に一つの答えを与えた。

次に、計量ベクトル空間内の流れに対する KM_2O -ランジュヴァン方程式論を構築し、流れの定常性を揺動散逸定理の形で完全に特徴づける特徴付け定理、定常流の構成定理と延長定理、非負定符号関数の延長定理を示した。

次に、退化した流れに対する KM_2O -ランジュヴァン方程式論を発展させ、退化した弱定常過程に対する非線形予測子を計算するアルゴリズムを求めた。さらに、与えられた時系列データに $\text{Test}(S)$ ・ $\text{Test}(ABN)$ ・ $\text{Test}(D)$ ・ $\text{Test}(CS)$ を施すことによって、時系列データの定常性・因果性・決定性・カオス性を検証し、時系列データに対する客観的なモデルを構築し、そのモデルに基づき予測を行う非線形解析技術の統合化システムの開

発を行った。

次に、時系列の異常性を定常性の破れと定義して、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論に基づく時系列の定常性の検証 $\text{Test}(S)$ と離散時間の確率過程の非線形情報空間に付随する多項式型の生成系を用いて、時系列の異常性の兆候を検出する $\text{Test}(ABN)$ を提唱した。特に、経済現象における株価の異常性を示す恐慌（ブラックマンディ・アジア危機・ITバブル）に適用して、 $\text{Test}(ABN)$ が有効であることを実証した論文を [1] に発表した。

6 今年度の研究成果

昨年度提唱した時系列の異常性の兆候を検出する $\text{Test}(ABN)$ と時系列の決定性を検出する $\text{Test}(D)$ を地震波・オーロラ、磁気嵐と脳波の時系列に適用したとき、地震波・オーロラ・磁気嵐が発生した後の定常な時間域と大脳皮質からとった脳波の時系列 (ECoG) のいたるところに「分離性」という全く新しい性質が見つかった。この性質は通常地震波と頭皮からとった脳波の時系列 (EEG) ではどこにも現れない。この「分離性」を確率過程の言葉で定式化し、その数学的特長を調べている。特に、有限次元分布が対称のときは「退化した」分離性を持つことは証明したが、真の分離性は対称性からどのくらいずれているかについては研究中である。

さらに、親指・肘・手首等の手の運動が ECoG にどのように反映するかの研究を $\text{Test}(ABN)$ と $\text{Test}(D)$ を用いて行い、ECoG の動きから手の運動の違いを探ることができる実験結果を得た。詳しい解析は来年度行いたい。

7 文献

[1] Yasunori Okabe and Masaya Matsuura, Chaos and KM_2O -Langevin equations, to appear in Special Issue of the Bulletin of Informatics and Cybernetics in Honor of Professor Takashi Yanagawa.

[2] Yasunori Okabe and Masaya Matsuura, On non-linear filtering problems for discrete time

stochastic processes, to appear in J. Math. Soc. Japan.

[3] Masaya Matsuura and Yasunori Okabe, On the theory of KM_2O -Langevin equations for non-stationary and degenerate flows, J. Math. Soc. Japan, 55(2003), 1-41.

[4] Yasunori Okabe, Masaya Matsuura and Maciej Klimek, On a method for detecting certain signs of stock market crashes by non-linear stationarity tests, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 3, No. 4, 2002, 443-484.

[5] Maciej Klimek, E. Karlson, Masaya Matsuura and Yasunori Okabe, A geometric proof of the fluctuation-dissipation theorem for the KM_2O -Langevin equations, Hokkaido Math. J., 31(2002), 615-628.

[6] 岡部靖憲, 時系列解析における揺動散逸原理と実験数学, 数理物理シリーズ, 日本評論社, 2002.

[7] 岡部靖憲, 確率・統計, 応用数学基礎講座 6, 朝倉書店, 2002.

[8] Masaya Matsuura and Yasunori Okabe, On a non-linear prediction problem for one-dimensional stochastic processes, Japanese J. Math., Vol.27(1), (2001), 51-112.

[9] Yasunori Okabe and Akihito Kaneko, On a non-linear prediction problem for multi-dimensional stochastic processes with its applications to data analysis, Hokkaido Math. J., 29(2000), 601-657.

[10] Yasunori Okabe and Masaya Matsuura, On the theory of KM_2O -Langevin equations for stationary flows (3): extension theorem, Hokkaido Math. J. 29(2000), 369-382.

[11] Yasunori Okabe, On the theory of KM_2O -Langevin equations for stationary flows (2): construction theorem, Acta Applicandae Mathematicae, 63(2000), 307-322.

[12] Yasunori Okabe, On the theory of KM_2O -Langevin equations for stationary flows (1): characterization theorem, J. Math. Soc. Japan, 51(1999), 817-841.

[13] Yasunori Okabe and Takashi Yamane,

The theory of KM_2O -Langevin equations and its applications to data analysis (III): Deterministic analysis, Nagoya Math. J., 152(1998), 175-201.

[14] Yasunori Okabe, Nonlinear time series analysis based upon the fluctuation-dissipation theorem, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, Vol.30, No.4, 1997, 2249-2260.

[15] Yuji Nakano, On a causal analysis of economic time series, Hokkaido Math. J., 24(1995), 1-35.

[16] Yasunori Okabe and Takashi Ootsuka, Application of the theory of KM_2O -Langevin equations to the non-linear prediction problem for the one-dimensional strictly stationary time series, J. Math. Soc. Japan, 47(1995), 349-367.

[17] Yasunori Okabe and Akihiko Inoue, The theory of KM_2O -Langevin equations and its applications to data analysis (II): Causal analysis (1), Nagoya Math. J., 134(1994), 1-28.

[18] Yasunori Okabe, Langevin equations and causal analysis, Amer. Math. Soc. Transl., 161(1994), 19-50.

[19] Yasunori Okabe, A new algorithm derived from the view-point of the fluctuation-dissipation principle in the theory of KM_2O -Langevin equations, Hokkaido Math. J., 22(1993), 199-209.

[20] Yasunori Okabe, Application of the theory of KM_2O -Langevin equations to the linear prediction problem for the multi-dimensional weakly stationary time series, J. Math. Soc. Japan, 45(1993), 277-294.

[21] Yasunori Okabe and Yuji Nakano, The theory of KM_2O -Langevin equations and its applications to data analysis (I): Stationary analysis, Hokkaido Math. J., 20(1991), 45-90.

[22] Yasunori Okabe, On a stochastic difference equation for the multi-dimensional weakly stationary process with discrete time, "Algebraic Analysis" in celebration of Professor M. Sato's sixtieth birthday, Prospect of Algebraic Analysis (ed. by M. Kashiwara and T. Kawai), Academic Press, 1988, 601-645.