

「最適化 / 制御」活動グループ

室田 一雄

情報理工学系研究科 数理情報学専攻

1 はじめに

本研究では、「連続と離散の接点」、「物理世界と情報世界の接点」の2つのキーワードのもと、最適化と制御の研究分野において、求解が困難なハイブリッド型の問題を扱い、本グループを構成する最適化と制御の研究者の緊密な連携をもって、超ロバスト計算原理の中核となる理論と技術の創出を目指している。

本グループの初年度における研究活動は、各研究の大きな方向性を探る年と位置づけられ、実際に様々な研究テーマが提案された。これを受け本年度では、各研究の方向性を定め、その内容を深めていくことを目指した。具体的には最適化の分野では、「離散・連続ハイブリッド最適化」をテーマとし、連続値と離散値の混在した最適化問題に統一的視点を与える離散凸解析について、その求解のための基礎概念およびそれをを用いた解法が提案された。また大規模な問題をロバストに解くために必要な、行列に関する性質の計算手法などが提案された。一方制御の分野では、「物理・情報デュアル制御」をテーマとし、動的システムのモデル化の新手法である有限周波数特性の特徴づけ、連続と離散が混在したハイブリッド型制御系における制御問題の具体的解法、情報量に基づくシステム同定の解析、制御問題を解く確率的解法の具体的アルゴリズムの提案などがなされた。各テーマとも、前年度打ち出した研究テーマの内容を発展させるものであり、本研究グループの研究活動2年目にふさわしい内容のものと考えられる。

一方本研究グループでは、2003年6月に「Workshop on Robust Optimization and Control」と題した国際ワークショップを行なった。海外から4名、本グループから2名の研究者により、離散数学的数値計算のロバスト化に関する研究、

また数値計算手法を踏まえた制御理論に関する研究について発表があった。2日間のワークショップにおいて、初日は研究発表、2日目は制御理論と数値解法とを結びつける基礎理論についての講義を行った。質の高い発表と討論が行なわれた。

また本グループでは、昨年度より研究活動の中核をなすものとして、「最適化 / 制御セミナー」を行なうこととしている。本年度は9回開催し、うち5回は外国人を含むグループ外部の研究者に講演を依頼し、残り4回はグループ内部の研究者もしくは共同研究者が講演を担当した。どのセミナーにおいても異分野の研究者間で活発な議論が行なわれ、互いの研究テーマの理解を深めるとともに、得られた知識を、自身の研究内容の発展に活用しているものと考えられる。

以下、研究内容、国際シンポジウム、最適化 / 制御セミナー、および本グループの研究者が執筆したテクニカルレポートについて、より具体的な内容を述べる。

2 研究内容

2.1 離散・連続ハイブリッド最適化

非線形整数計画問題の最適性規準

線形制約の下で線形の目的関数を最小化する整数計画問題に対して、Graver基底を用いた最適性規準が知られている。本研究では、連続・離散の最適化問題に対して統一的な最適性規準を与えることを目標として、ある種の凸関数を目的関数とする非線形整数計画問題に対して同様の最適性規準を与えた。

M凸劣モジュラ流問題の解法

M凸関数を含む形の劣モジュラ流問題は、効率的なアルゴリズムをもつ組合せ最適化問題の中で最

も一般的な枠組みの一つであり、離散凸解析の理論体系において、中心的な役割を果たしている。昨年度の研究では、スケーリングに関して不変な M 凸関数に限定して、多項式時間の容量スケーリング算法が構成できることが示されていた。本年度の研究では、容量スケーリング法を一般の M 凸関数に適用する手法を開発し、 M 凸劣モジュラ流問題に対する組合せ的な多項式時間アルゴリズムを設計した。

行列束に関するロバスト線形計算

代数微分方程式等で記述される動的システムの解析において基本的な役割を果たす行列束の Kronecker 標準形の構造指数は、摂動に対して不安定な離散値をとる。そのため、構造指数を正確に計算するには、計算誤差に対してロバストな手法の開発が必要とされる。昨年度の研究では、数値計算を全く行わずに、構造指数(行指数, 列指数)の推定値を得る組合せ的な手法を導入した。しかし、非零要素が代数的独立であると仮定した場合にも、これらの推定値が真の値と一致するとは限らないことが判明した。本年度の研究では、同じ仮定のもとで、行指数, 列指数それぞれの和に関しては、推定値と真値とが一致することを証明した。

2.2 物理・情報デュアル制御

有限周波数特性に基づく動的システムの設計

KYP (Kalman–Yakubovič–Popov) 補題は、最適制御、ロバスト制御、適応制御などシステム制御理論の展開において非常に大きな役割を果たしてきた。本研究では、KYP 補題を一般化し、線形時不変系に対する有限周波数特性を統一した形式(線形行列不等式)で特徴付けた。また、それに基づいた新しい動的システムの設計法を提案し、設計支援パッケージを MATLAB 上に構築した。なお、本研究はヴァージニア大学の岩崎徹也助教授との共同研究である。上記の結果は、デスクリプタ表現されたシステムや多項式表現されたシステムに対しても拡張されている。

ハイブリッド凸最適化問題

工学の実際の設計問題において、変数が連続値と離散値の両方をとるような、ハイブリッド最適化問題が多く見られる。しかしこれまでは、連続あ

るいは離散のどちらかに限定した最適化問題だけが主に研究されてきた。本研究では、このような実問題に対応するために、ハイブリッド凸関数をまず定義し、その凸性の仮定の下での最適性条件を求めた。

量子化データを用いたシステム同定

本研究の目的は、量子化された入出力データを用いたシステムパラメタの推定問題において、最も粗い量子化器を求めることである。前年度において、いかなる量子化のレゾリューションに対しても、入力信号の確率分布に対する強い仮定のもと、厳密な最適量子化器を導出した。本年度は高レゾリューションの場合に、入力信号の確率分布に対する弱い仮定のもと、量子化区間数、もしくは符号化後の語長の制限付き最適量子化器が導出できることを示した。また得られた最適量子化器の特性を解析し、システム同定における信号の情報量の意味について考察した。

パラメータ依存線形行列不等式の確率的解法

パラメータ依存線形行列不等式は、ロバスト制御やゲインスケジュールド制御の多くの問題がそれに帰着されうる重要な表現である。本研究では、それを解くための確率的アルゴリズムを提案した。提案したアルゴリズムは停止則を持ち、問題のサイズの多項式で表される数の繰り返しの後に停止する。停止した際には、高い信頼度で確率的解を与えるか、解が存在しないということを近似的な意味で主張する。

3 国際ワークショップ

SDP (semidefinite programming) の制御問題解法への適用や、ロバスト制御理論に刺激され最近注目されているロバスト最適化は、最適化と制御理論の成功したコラボレーションの例として認識されている。本ワークショップは以上を念頭に、最適化と制御の両分野の一流の研究者を招き、さらなるコラボレーションとその発展を期して企画された。具体的には 2003 年 6 月 16 日, 17 日の 2 日間、東大本郷工学部 6 号館において「Workshop on Robust Optimization and Control (ロバスト最適化と制御に関するワークショップ)」を開催した。海外から招いた 4 名、本グループから 2 名の

計6名が発表した。聴講者を含めると、合計62名の参加者があった。講演内容は会議録として纏められる予定である。招待講演の講演者と題目は以下の通りである。

- Stephen Boyd (Stanford): Fastest Mixing Markov Chain on a Graph
- Tetsuya Iwasaki (U. Virginia): The Generalized KYP Lemma and its Engineering Applications
- Reha Tutuncu (CMU): Robust Optimization Approach to Asset Allocation
- Yasuaki Oishi (U. Tokyo): A Randomized Algorithm for Reducing Conservatism in Robust Control
- Robert Weismantel (U. Magdeburg): The Integral Basis Method : An Algorithm for Mixed Integer Programming
- Kazuo Murota (U. Tokyo): Recent Results in Discrete Convex Analysis

ワークショップ初日は一般公開の形式をとり、各講演者が自身の研究について発表した。2日目は初日に発表した内容のなかで、最適化と制御の研究テーマを結びつける重要な概念、命題について、講義形式で講演者により説明された。主として講演者と当研究グループ研究者が参加した。

4 最適化 / 制御セミナー

2003年4月21日(月) 15:30 ~ 18:30
津村 幸治 氏 (システム情報学専攻)
“量子化信号を用いたシステム同定 / 安定化”
来嶋 秀治 氏 (数理情報学専攻)
“マルコフ連鎖を用いた分割表の一樣生成法”
参加者 21 名

2003年5月21日(水) 16:00 ~ 18:00
大石 泰章 氏 (数理情報学専攻)
“ロバスト安定化制御のための確率的アルゴリズム”
参加者 17 名

2003年7月9日(水) 17:00 ~ 18:30
Prof. Robert R. Bitmead (University of California, San Diego)
“Coordinated Control in a Model Predictive Framework”
参加者 19 名

2003年9月10日(水) 15:00 ~
Professor Mustafa Khammash (カリフォルニア大学サンタバーバラ校)
“L1 Robust Control”
参加者 10 名

2003年9月12日(金) 16:30 ~ 18:00
Prof. Zoltan Szigeti (パリ第6大学)
“Edge-connectivity Augmentation of Graphs and Hypergraphs”
参加者 18 名

2003年9月22日(月) 15:00 ~ 17:00
Prof. Mustafa Khammash (University of California Santa Barbara)
“The Heat-Shock Response in E. coli: A Feedback Control Perspective”
参加者 11 名

2003年10月20日(月) 16:00 ~ 18:00
齊藤 廣大 氏 (数理情報学専攻)
“非線形整数計画に対する最適性規準”
参加者 20 名

2003年11月17日(月) 15:00 ~ 17:00
岩谷 靖 氏 (システム情報学専攻)
“固有値に着目した区分的2次線形システムの安定解析”
参加者 10 名

2003年1月28日(水) 15:30 ~ 17:00
Prof. Wei Lin (Department of Electrical Engineering and Computer Science, Case Western Reserve University)
“Nonsmooth Feedback Design for Nonlinear Systems with Uncontrollable Unstable Linearization: Achievements and Perspectives”
参加者 18 名

5 テクニカルレポート

METR 2003-14

S. Iwata and N. Zuiki: A Network Flow Approach to Cost Allocation for Rooted Trees
ガス管の様に木構造ネットワークをなす公共施設の建設費用を利用者が負担する際に、一部の利用者に不満が生ずることのないよう、できるだけ公平に各利用者の負担額を決定するモデルを作成した。このモデルの構造をネットワーク・フロー理論を用いて解析し、負担額を効率的決定するアルゴリズムを開発した。

METR 2003-23

H. Hirai and K. Murota: M-Convex Functions and Tree Metrics
M 凸関数はマトロイド的交換公理によって特徴づけられる離散凸関数であるが、本論文においては、その局所交換公理と離散構造上の木距離の関係を明らかにした。その結果、M 凸関数とは定義域の各点に木構造の付随する凸関数であるという連続と離散を結ぶ描像が得られた。

METR2003-27

T. Iwasaki, and S. Hara: Generalized KYP Lemma: Unified Characterization of Frequency Domain Inequalities with Applications to System Design
本研究では、KYP 補題を一般化し、線形時不変系に対する有限周波数特性を統一した形式 (線形行列不等式) で特徴付けた。また、それに基づいた新しい動的システムの設計法を提案した。さらにデスクリプタ表現されたシステムや多項式表現されたシステムに対しても拡張されている。

METR 2003-30

K. Murota, H. Saito, and R. Weismantel: Optimality Criterion for a Class of Nonlinear Integer Programs
線形計画は連続変数に関する最適化問題の中で最も基本的であり、単体法や内点法などの効率的解法がある。これに対し、変数に離散性を持つ整数計画は極めて困難な問題として知られている。本論文では、ある種の凸関数を目的関数とする整数計画問題に対する最適性規準を Graver 基底を用いて導出した。

METR2003-37

T. Iwasaki, and S. Hara: Static Gain Feedback Control Synthesis with General Frequency Domain Specifications
KYP 補題の一般化の結果を踏まえ、静的フィードバックの制御器のクラスに限定された場合の制御系設計問題について解析し、有効な設計法を提案した。

METR 2003-42

S. Iwata, S. Moriguchi and K. Murota: A Capacity Scaling Algorithm for M-Convex Submodular Flow
M 凸関数を含む形の劣モジュラ流問題は、効率的なアルゴリズムをもつ組合せ問題の中で最も一般的な枠組みの一つである。本論文では、容量スケールリング法を M 凸関数に適用する手法を開発し、一般の M 凸劣モジュラ流問題に対する組合せ的な多項式時間アルゴリズムを設計した。

METR 2004-03

K. Murota: A Proof of the M-convex Intersection Theorem
離散凸解析の一つの中心的な結果に離散双対性がある。これは、連続と離散の最適化を統一的に理解する重要な視点であり、感度解析などを通じて、離散最適化におけるロバスト性の考察に有用である。離散双対性はさまざまな形に表現されるが、M 凸交差定理はその一つの形である。本論文では、M 凸交差定理に対する簡明な別証明を与えた。

METR 2004-04

K. Tsumura: Unification of Modeling, Estimation and Controller Design
確率的変動を伴う制御対象のモデリング、推定、および制御器設計の全ての過程に対し、整合のとれる評価関数を提案する。またそれをもとにした最適化問題を考える。解析結果から、モデルのみならず制御器のクラスの複雑度が、制御性能の改善に影響を及ぼすことが示される。